高１・高２　スタンダードレベル数学Ａ

受講する皆さんへ

ようこそ，スタディサプリ スタンダードレベル数学Ａの講座へ。この講座は

「数学Ａを，用語の意味や公式のなりたちから学び，問題演習を通じて深めたい」

という人に適した講座となっています。

数学Ａでは，高校数学の礎（いしずえ）とも言える内容を学習します。この講座では，算数や中学校の数学の学習で得た知識や経験を時に振り返りながら，新たな知識や考え方を，１つ１つ，丁寧に，あなたと一緒に積み重ね，さらに演習で理解を深めることが可能です。

予習は必要ありません。「講義動画」で，いちから説明します！

テキストの使い方，講座の受講の仕方については，後ほど詳しく説明します。

この講座を受講いただくことで，学校の授業の理解をより深めたり，学校から課された宿題を解きながらそこで問われている内容を確認したり，といったことが可能になります。しかし，この講座で扱う内容は，決して簡単ではありません。だからこそ，あなたがこの講座を通じて数学Ａと本気で向き合うことで

「なるほど，そういうことか！」を積み重ね，自分の成長を実感する

ことができると確信しています。

「人から人へ」。それは時代がどんなに進歩しても変わることがありません。スタディサプリの講師は，いつでも「あなた」が真剣に学びに向かう姿を思い浮かべながら授業しています。あなたが本気で講師から学び，学んだことが何だったのかを考え，問題を通じてそれを確認し，自分のものにする，そういった一連の体験をこの講座を通じて提供いたします。そして，あなたがそうして得たことを，様々なアウトプットを通じて，今度はあなたが誰かに伝えていただきたいと思います。

講義を１回受けてわからなければ，何度でも，自分のペースで，講義を見返すことが可能です。ただし，最初から完璧な理解を目指す必要はまったくありません。まずは「たぶんこういうことだろうな」といったように，全体像をざっくり捉えることから始めましょう。その状態で先に進み，前に習った知識を使うことで，その意味がわかる，というのも数学ならではですし，気になって前に戻り改めて理解を深める，ということも可能です。その学び方やペースは，他の人と比較する必要はありません。

学びにおいて，主役は「あなた」です

あなたの，あなたならではの学びを，この講座が力強くサポートします。ようこそ『スタディサプリ』の世界へ！

山内　恵介

目次

第１章　場合の数

第１講　場合の数
PART1　集合の要素の個数
PART2　場合の数
PART3　和の法則
PART4　積の法則

第２講　順列
PART1　順列
PART2　順列の利用
PART3　円順列
PART4　重複順列

第３講　組合せ
PART1　組合せ
PART2　組合せの利用
PART3　組分け
PART4　同じものを含む順列

第２章　確率

第４講　事象と確率
PART1　試行と事象
PART2　順列・組合せと確率
PART3　確率の基本性質
PART4　和事象の確率，余事象の確率

第５講　さまざまな試行と確率，期待値
PART1　独立な試行の確率
PART2　反復試行の確率
PART3　条件付き確率
PART4　期待値

第３章　図形の性質

第６講　三角形の性質
PART1　線分の内分・外分，角の二等分線と比
PART2　三角形の外心・内心・重心
PART3　三角形の辺と角，三角形の線分の比と面積比
PART4　チェバの定理，メネラウスの定理

第７講　円の性質
PART1　円に内接する四角形
PART2　円と接線
PART3　方べきの定理
PART4　２つの円，作図

第４章　数学と人間の活動

第８講　約数と倍数
PART1　約数と倍数
PART2　素因数分解と約数
PART3　最大公約数と最小公倍数
PART4　余りによる分類

第９講　ユークリッドの互除法，整数の性質の活用
PART1　ユークリッドの互除法
PART2　１次不定方程式
PART3　１次不定方程式とユークリッドの互除法
PART4　整数の性質の活用

講座の受講の仕方

ここでは，効果的な講座の受講の仕方についてお伝えします。講座は大きく「テキスト」「講義動画」「解答」に分かれています。この３つを効果的に使い，実力を伸ばしていきましょう。

①　テキストについて

この講座のテキストは，講ごとに４つのPART（パート）に分かれています。

各PARTは，次のような項目で構成されています。

「例題」

⇒　そのPARTで習得すべき知識・技能を確認するための問題

「練習」

⇒　「例題」で得た知識・技能を確認する問題

「Point Pickup」

⇒　「例題」「練習」を解くために必要な知識・技能を整理

「確認問題」

⇒　「例題」「練習」で学んだことを確認するための問題

「例題」「練習」「Point Pickup」については，「動画」で解説を行います。ある講に含まれるPARTの一部または全部が未習，または理解が不十分の状態で講義を受講いただいても，まったく問題ありません。また，予習は必要ありません。

②　講義動画について

受講の準備ができましたら，テキストと筆記用具を手元におき，動画を再生してください。そして，真剣に受講して，講師がこの動画を通じて何を伝えたいのかを感じ取ってください。

各講に含まれるPART内の動画は，２つのチャプターに分かれています。

（例）　第１講　場合の数

PART1　集合の要素の個数　…　要点整理＆「例題」解説・「練習」解説

それぞれのPARTにおける主な受講の流れを説明します。

(1)　まずは，要点整理としてこのPARTで習得すべき用語や知識，公式およびその成り立ちを解説します。この要点整理の内容は，テキストには掲載しておりません。必要に応じて，ノート等に残しておきましょう。

その後，「Point Pickup」にて，要点整理を通じて習得したことをまとめ，確認します。

次に，「Point Pickup」でまとめ，確認した知識や考え方を元に，「例題」を解いていきます。それぞれの問題が，どのようにして解答に至るかを，そのプロセスも含めて動画でじっくり学んでください。途中で動画を一次停止しながら，途中計算等をテキストやノートに書いていただいて構いませんが，大切なのは集中して授業を受講することです。「別冊解答」には，講義問題の解答解説が掲載されておりますので，動画の途中計算をすべて書き写す必要はありません。書くことに集中するのではなく，講師の言葉の一つひとつにしっかりと耳を傾けてください。

⑵　次に,「例題」で確認した問題の解き方を参考にして,「練習」を自分で解いてみましょう。途中で解き方がわからなくなった場合は,そこで手を止めて結構です。解き終わったら，動画で解き方を確認してください。解答があっているか，間違っているか，だけでなく，解くときに使った考え方が同じかどうか，もし異なるならどういう違いがあるのか，などを確認しながら授業を受講しましょう。

⑶　さらに，解説された「例題」「練習」を，何も見ずに自分で解いてみましょう。途中で手が止まってしまった場合は，ノートや別冊解答を参照して，どこに止まった原因があったのかを振り返り，その続きからまた解き進めてみましょう。

各PARTの学習の流れを，今一度確認してみましょう。

要点整理→「Point Pickup」&「例題」→「練習」→「自分で問題を解く」

1つのPARTでおよそ30分～1時間程度の受講時間となります。

各講に含まれる4つのPARTの受講が終了すると,その講が終了します。時間がない時は,PART単位の受講でも構いません。また，週末にまとめて1講分受講してもよいでしょう。

大切なのは

・「新しい知識や考え方を知って，思考の幅を広げる」

・「講師が伝えたこと」を「自分で他の人に伝えられるようにする」

・「問題が解けるようになることがゴールではなく，前提となる知識・考え方を学ぶ」

という気持ちで受講することです。

動画で学ぶことに慣れていない人や，数学が苦手な人は，最初は「授業が速い！」と感じるかもしれませんが,安心してください。この講座は,いつでも画面を停止できます。「ん？」と思ったら止めて，いま伝えられたことがどういう意味を持つのかを考えること，必要なら戻って何度も聞くこと。焦る必要はありません。そして,講座の受講を進めていくうちに,感じ取り，表現できるスキルが向上することで，一度で聞き取れる，感じ取れる内容が増えていくでしょう。

もう１つ大切なこと，それは

・「やっぱり自分はできないんだ……」は厳禁！

だということです。あきらめず，何度でもチャレンジすること。あなたには，あなたがまだ気付いていないかもしれない，「理解する力」が必ずあります。

③　復習について

その日の動画の受講が完了したら

・このPART・講から何を学んだか

を思い浮かべてみましょう。必要に応じてテキストをもう一度見直してみましょう。

また，後日，「例題」「類題」をもう一度解くことで，

・このPART・講を受講して何ができるようになったか

を確かめてみましょう。もし解法が全然思いつかない，すっかり忘れてしまった，という場合は，まずはノートや別冊解答を，それでも思い出せない場合は動画を見直してみましょう。記憶がよみがえるはずです。

・「復習することで，学んだことを自分のものにする」

という気持ちを忘れないようにしましょう。

④　確認問題について

①～③が終わると，自分がそのPARTの内容を本当に理解しているのかを，別の問題で確かめたくなるはずです。各PARTの終わりに**「確認問題」**を用意してあります。「例題」「類題」と同様，そのPARTで学んだ知識・考え方を確認することができる問題セットとなっていますので，このPARTで学んだことを思い出しながら，自力で解いてみましょう。

解き終えたら，「別冊解答」を見て，解き方をチェックしてみましょう。

・「問題を解くことで，知識を引き出し，使う練習をする」

単なる反復練習ではなく，学んだことを思い出しながら解く，それを忘れないでください。

以上を繰り返すことにより，飛躍的に理解が深まり，数学Aの世界観が少しずつ見えてくるようになってきます。

受講を続ける上で大切なのは

・ペースを作り，守る

ことです。各 PART，およそ 30 分～ 1 時間。それを，どこの曜日のどの時間帯に何 PART(何講)受講するのかを決めるとよいでしょう。そして，決めた曜日の決めた時間に，確実に受講する習慣を身につけましょう。学校で授業を受ける時間と同じように，時と場所を変えて『スタディサプリ』を受講する時間，数学Ａと本気で向きあう時間，これを確保してください。学校の宿題等，何があっても，決めたペースを守ることを心がけ，できない理由を作らないこと。それを愚直なまでに繰り返すことで，確実な「理解力向上」「実力向上」，そしてそれを実現している自分の姿があることに気付き，それが「自信」につながります。

この「スタンダードレベル数学Ａ」は，あくまで数学Ａの「入門講座」です。入門は，簡単という意味ではなく，その先に進むために欠かすことのできない「作法」を身に付ける，ということです。受講後は，**「高 1・高 2 ハイレベル数学Ａ」**に進んでみてください。自分の知識がどのように活用できるのか，それを知れば，もっとできることを増やしたい，活用の幅を広げたい，そう思うはずです。それこそが，無限に広がる数学Ａの世界への第一歩を踏み出した瞬間です。

[MEMO]

第 1 講　場合の数

PART1　集合の要素の個数

例題

1 から 100 までの整数のうち，次の整数の個数を求めよ。

(1)　3 の倍数　　(2)　5 の倍数でない数

(3)　15 の倍数　　(4)　3 の倍数または 5 の倍数

(5)　3 の倍数であるが，5 の倍数でない数　　(6)　3 の倍数でも 5 の倍数でもない数

Point Pickup

練習

1 から 100 までの整数のうち，次の整数の個数を求めよ。

(1)　2 の倍数かつ 7 の倍数

(2)　2 の倍数または 7 の倍数

(3)　7 の倍数であるが，2 の倍数でない数

(4)　2 の倍数ではないかまたは 7 の倍数ではない数

PART2　場合の数

例題

(1)　a, b, b, c, c の 5 個の文字から 3 個選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。

(2)　大中小 3 つのさいころを同時に投げたとき，目の和が 7 になる場合は何通りあるか。

(3)　1 枚のコインを繰り返し投げ，表が 2 回，または裏が 2 回出たところで終了とする。コインの表と裏の出方は何通りあるか。

Point Pickup

練習

(1) a，a，b，b，b，c の 6 個の文字から 3 個選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。

(2) 大中小 3 つのさいころを同時に投げたとき，目の和が 10 になる場合は何通りあるか。

(3) A と B が対戦を繰り返し行い，先に 3 回勝った方を優勝者とする。各対戦において引き分けはないものとし，優勝者が決まったらそこで対戦を終了する。優勝者が決まるまでの勝敗の分かれ方は何通りあるか。

PART3　和の法則

例題

大小 2 つのさいころを投げるとき，目の和が 5 の倍数になる場合は何通りあるか。

Point Pickup

練習

大小２つのさいころを投げるとき，目の和が９以上になる場合は何通りあるか。

PART4　積の法則

例題

(1)　大小２つのさいころを投げるとき，目の積が奇数になる場合は何通りあるか。

(2)　大小２つのさいころを投げるとき，目の和が偶数になる場合は何通りあるか。

Point Pickup

練習

(1)　大中小 3 つのさいころを投げるとき，目の出方は何通りあるか。また，目の積が奇数になる場合は何通りあるか。

(2)　大小 2 つのさいころを投げるとき，目の積が偶数になる場合は何通りあるか。

第 1 講　PART1　確認問題

1 1 から 100 までの整数のうち，3 の倍数は [アイ] 個，7 の倍数は [ウエ] 個である。

2 1 から 100 までの整数のうち，3 の倍数または 7 の倍数は [オカ] 個である。

3 1 から 100 までの整数のうち，7 の倍数であるが，3 の倍数でない数は [キク] 個である。

4 1 から 100 までの整数のうち，3 の倍数ではないかまたは 7 の倍数ではない数は [ケコ] 個である。

第 1 講　PART2　確認問題

1　a，a，a，b，b，c の 6 個の文字から 3 個選んで 1 列に並べる方法は［アイ］通りある。

2　大中小 3 つのさいころを同時に投げたとき，目の和が 12 になる場合は［ウエ］通りある。

3　1 枚のコインを繰り返し投げ，表が 3 回，または裏が 3 回出たところで終了とする。コインの表と裏の出方は［オカ］通りある。

第 1 講　PART3　確認問題

1　1 つのさいころを 2 回投げるとき，目の和が 4 の倍数になる場合は [ア] 通りある。

第 1 講　PART4　確認問題

1　1 つのさいころを 3 回投げ，出た目を順に並べて 3 桁の整数を作る。このとき，できる数が 500 以上になる場合は［アイ］通りある。

2　大小 2 つのさいころを投げるとき，目の積が 3 の倍数になる場合は［ウエ］通りある。

第 2 講　順列

PART1　順列

例題

(1)　a，b，c，d の 4 つの文字から 2 文字を選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。

また，この 4 つの文字をすべて使って 1 列に並べる方法は何通りあるか。

(2)　1 から 8 までの番号のついた 8 つの座席に 3 人が座る方法は何通りあるか。

Point Pickup

練習

(1)　pencil の 6 文字すべてを使ってできる文字列は何通りあるか。また，この 6 文字から 5 文字選んで 1 列に並べる文字列は何通りあるか。

(2)　4 人の生徒が，異なる 7 枚のカードから 1 枚ずつ選ぶとき，カードの選び方は何通りあるか。ただし，同じカードを選ぶことはできないとする。

PART2　順列の利用

例題

(1)　6 個の数字 1，2，3，4，5，6 から異なる 4 個を選んで 4 桁の整数を作るとき，奇数は何個できるか。

(2)　男子 4 人，女子 2 人が 1 列に並ぶとき，次の問いに答えよ。

(i)　両端が女子である並び方は何通りあるか。

(ii)　女子 2 人が隣り合う並び方は何通りあるか。

(iii)　女子が隣り合わない並び方は何通りあるか。

Point Pickup

練習

(1) 6 個の数字 0，1，2，3，4，5 から異なる 3 個を選んで 3 桁の整数を作るとき，次の整数は何個できるか。

(i) 3 桁の整数　　(ii) 3 桁の奇数

(2) 男子 3 人，女子 4 人が 1 列に並ぶとき，次の問いに答えよ。

(i) 両端が男子である並び方は何通りあるか。

(ii) 男子 3 人が隣り合う並び方は何通りあるか。

(iii) 男子が隣り合わない並び方は何通りあるか。

PART3　円順列

例題

(1)　両親と子供４人の６人が円形のテーブルに向かって座るとする。次のような座り方は何通りあるか。

(i)　６人全員の座り方　　　(ii)　両親が隣り合わない座り方

(2)　異なる５色の玉を机の上に円形に並べる方法は何通りあるか。また，これらを糸でつないで首飾りを作るとき，何通りの首飾りができるか。

Point Pickup

練習

⑴　父，母，息子２人，娘２人が円形のテーブルに向かって座るとする。

(i)　女性が隣り合わない方法は何通りあるか。

(ii)　両親が向かい合う方法は何通りあるか。

⑵　異なる６個の宝石から４個を取り出して，机の上に円形に並べる方法は何通りあるか。

PART4　重複順列

例題

(1)　4 人の生徒がじゃんけんをするとき，手の出し方は全部で何通りあるか。

(2)　0，1，2，3，4 の 5 個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，次の整数はいくつできるか。

(i)　4 桁の整数　　　(ii)　4 桁の奇数

Point Pickup

練習

(1)　7 種類の異なる果物がある。これらを組み合わせて，最大 7 個の果物が入ったセットを 1 つ作りたい。何通りのセットができるか。ただし，セットの中に最低でも 1 つの果物を入れることとし，同じ種類の果物を 2 個以上入れないこととする。

(2)　0，1，2，3 の 4 個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，次の整数はいくつできるか。

(i)　4 桁の偶数　　(ii)　4 桁以下の整数

第 2 講　PART1　確認問題

1　5 人の生徒が 1 列に並ぶときの並び方は アイウ 通りある。

2　5 人の生徒の中からリレー競争の第 1 走者，第 2 走者，第 3 走者を選ぶ方法は エオ 通りある。

3　3 人の生徒が，1 から 6 までの番号がついた 6 本のくじを 1 本ずつ選ぶとき，くじの選び方は カキク 通りある。ただし，同じ番号のくじを選ぶことはできないとする。

第 2 講　PART2　確認問題

1　5 個の数字 0，1，2，3，4 から異なる 4 個を選んで作る 4 桁の整数は［アイ］個できる。

2　5 個の数字 0，1，2，3，4 から異なる 4 個を選んで 4 桁の整数を作るとき，4 桁の奇数は［ウエ］個できる。

3　男子 4 人，女子 4 人が 1 列に並ぶとき，両端が男子である並び方は［オカキク］通りある。

4　男子 4 人，女子 4 人が 1 列に並ぶとき，男子 4 人が隣り合う並び方は［ケコサシ］通りある。

5　男子 4 人，女子 4 人が 1 列に並ぶとき，男子が隣り合わない並び方は［スセソタ］通りある。

第 2 講　PART3　確認問題

1　父，母，息子 3 人，娘 1 人が円形のテーブルに向かって座るとする。女性が隣り合わない方法は [アイ] 通りある。

2　父，母，息子 3 人，娘 1 人が円形のテーブルに向かって座るとする。両親が向かい合う方法は [ウエ] 通りある。

3　異なる 7 種類の料理から 4 種類を選んで，机の上に円形に並べる方法は [オカキ] 通りある。

第 2 講　PART4　確認問題

1　6種類の異なる果物がある。これらを組み合わせて，最大6個の果物が入ったセットを1つ作りたい。何通りのセットができるか。ただし，セットの中に最低でも1つの果物を入れることとし，同じ種類の果物を2個以上入れないこととする。

[アイ] 通り

2　0，1，2，3，4の5個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，4桁の奇数は [ウエオ] 個できる。

3　0，1，2，3，4の5個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，3桁以下の整数は [カキク] 個できる。

第 3 講　組合せ

PART1　組合せ

例題

(1)　異なる 8 冊の本から 3 冊を選ぶ方法は何通りあるか。

(2)　正五角形について，次のものの総数を求めよ。

　(i)　3 個の頂点を結んでできる三角形の個数

　(ii)　対角線の本数

Point Pickup

練習

⑴　1 枚の硬貨を 10 回投げるとき，表が 5 回出る場合は何通りあるか。

⑵　正七角形について，次のものの総数を求めよ。

(i)　4 個の頂点を結んでできる四角形の個数

(ii)　対角線の本数

PART2　組合せの利用

例題

男子 6 人，女子 4 人から次のように 4 人選ぶ方法は何通りあるか。

(1)　男女問わず 4 人選ぶ

(2)　男子 2 人，女子 2 人選ぶ

(3)　女子を少なくとも 1 人選ぶ

(4)　ある特定の 1 人 A を含むように選ぶ

Point Pickup

練習

男女ともに 5 人の合計 10 人から 5 人を選ぶ。次のような選び方は何通りあるか。

(1)　少なくとも 1 人の男子を選ぶ

(2)　女子を 2 人以上選ぶ

(3)　A は選ばれるが，B は選ばれない

PART3　組分け

例題

8 個の異なるお菓子を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1)　5 個，2 個，1 個の 3 組に分ける

(2)　2 個ずつ 4 人の子供に分ける

(3)　4 個ずつ 2 組に分ける。

(4)　4 個，2 個，2 個の 3 組に分ける。

Point Pickup

練習

9 人を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1)　4 人，3 人，2 人の 3 組に分ける。

(2)　3 人ずつ 3 組に分ける。

(3)　5 人，2 人，2 人の 3 組に分ける。

PART4　同じものを含む順列

例題

(1)　6個の数字1，1，2，2，3，4を1列に並べて6桁の整数を作るとき，次の問いに答えよ。

(i)　6桁の整数は何通りできるか。

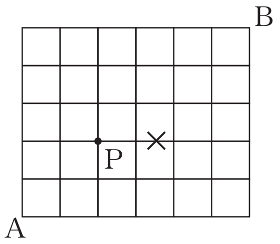
(ii)　3が4より左にある並べ方は何通りあるか。

(2)　右の図のような道のある町で，AからBまでの最短経路のうち，次のものの総数を求めよ。

(i)　最短経路すべて

(ii)　Pを通る

(iii)　Pを通り，×を通らない



Point Pickup

練習

(1)　SAITAMA の 7 文字を 1 列に並べるとき，次の問いに答えよ。

(i)　すべての並べ方は何通りあるか。

(ii)　子音が隣り合わない並べ方は何通りあるか。

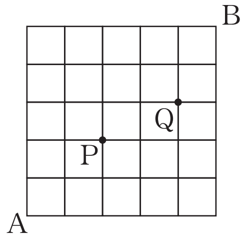
(iii)　S，I，T がこの順に並ぶ並べ方は何通りあるか。

(2)　右の図のような道のある町で，A から B までの最短経路のうち，次のものの総数を求めよ。

(i)　最短経路すべて

(ii)　P を通る

(iii)　P または Q を通る。



第 3 講　PART1　確認問題

1　1 から 6 までの整数の中から異なる 4 つの数を選ぶ選び方は [アイ] 通りある。

2　正九角形について，3 個の頂点を結んでできる三角形は [ウエ] 個ある。

3　正九角形について，対角線は [オカ] 本ある。

第３講　PART2　確認問題

1　男女ともに 4 人の合計 8 人から 4 人を選ぶとき，少なくとも 1 人の男子を選ぶ選び方は **アイ** 通りある。

2　男女ともに 4 人の合計 8 人から 4 人を選ぶとき，女子を 2 人以上選ぶ選び方は **ウエ** 通りある。

3　8 人から 5 人を選ぶとき，ある特定の 2 人 A，B を含むが，C は含まないような選び方は **オカ** 通りある。

第 3 講　PART3　確認問題

1 12 人を 6 人，4 人，2 人の 3 組に分ける方法は

[アイウエオ] 通りある。

2 12 人を 4 人ずつ 3 組に分ける方法は [カキクケ] 通りある。

3 12 人を 6 人，3 人，3 人の 3 組に分ける方法は [コサシス]

通りある。

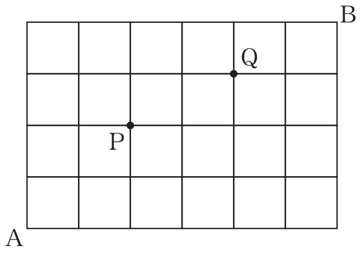
第３講　PART4　確認問題

1 KAWAGOE の７文字を１列に並べるとき，すべての並べ方は **アイウエ** 通りある。

2 KAWAGOE の７文字を１列に並べるとき，子音が隣り合わない並べ方は **オカキ** 通りある。

3 KAWAGOE の７文字を１列に並べるとき，K，W，G がこの順に並ぶ並べ方は **クケコ** 通りある。

4 右の図のような道のある町で，A から B までの最短経路の総数は **サシス** 通りある。また，最短経路のうち，Q を通るものの総数は **セソタ** 通りある。さらに，P または Q を通るものの総数は **チツテ** 通りある。



第 4 講　事象と確率

PART1　試行と事象

例題

(1)　2 つのさいころを同時に投げるとき，目の和が 6 になる確率を求めよ。

(2)　赤玉 4 個，白玉 2 個が入った袋から玉を 1 個取り出すとき，赤玉が出る確率を求めよ。

Point Pickup

練習

(1)　2つのさいころを同時に投げるとき，目の積が奇数になる確率を求めよ。

(2)　3枚の硬貨を同時に投げるとき，表が2枚だけ出る確率を求めよ。

PART2　順列・組合せと確率

例題

(1)　HAKATA の 6 文字を 1 列に並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率を求めよ。

(2)　赤玉 5 個，白玉 3 個が入った袋から，同時に 3 個の玉を取り出すとき，赤玉 2 個，白玉 1 個が出る確率を求めよ。

(3)　3 人で 1 回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ。

　(i)　1 人だけが勝つ確率　　(ii)　あいこになる確率

Point Pickup

練習

(1) SAPPORO の 7 文字を並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率を求めよ。

(2) 10 本中 3 本が当たりのくじがある。このくじから同時に 3 本引くとき，1 本だけ当たる確率を求めよ。

(3) A，B，C，D の 4 人で 1 回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ。

(i) A だけが負ける確率　　(ii) あいこになる確率

PART3　確率の基本性質

例題

1のカードが５枚，2のカードが４枚，3のカードが３枚，合計 12 枚のカードがある。この中から同時に３枚のカードを取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　1のカードが２枚以上出る確率

(2)　３枚のカードの数がすべて同じである確率

Point Pickup

練習

白玉 5 個，黒玉 3 個，赤玉 2 個が 1 つの袋の中に入っている。この袋の中から同時に玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　同時に 3 個取り出すとき，3 個の玉の色がすべて同じ確率

(2)　同時に 4 個取り出すとき，どの色の玉も含む確率

PART4　和事象の確率，余事象の確率

例題

2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　目の和が 6 であるか，目の積が 5 以下である確率

(2)　目の積が偶数である確率

Point Pickup

練習

1から8までの数が書かれたカードが，各数字3枚ずつ，合計24枚ある。この中から2枚同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　2枚が異なる数字である確率

(2)　2枚が同じ数字であるか，2枚の数字の和が5以下

第4講　PART1　確認問題

1 2つのさいころを同時に投げるとき，目の積が12になる確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

2 4枚の硬貨を同時に投げるとき，表が1枚だけ出る確率は $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

第4講　PART2　確認問題

1 PINEAPPLE の 9 文字を 1 列に並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウエ}}$ である。

2 10 本中 4 本が当たりのくじがある。このくじから同時に 3 本引くとき，1 本だけ当たる確率は $\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ である。

3 A，B，C，D，E の 5 人で 1 回じゃんけんをするとき，2 人だけが勝つ確率は $\frac{\boxed{キク}}{\boxed{ケコ}}$，A だけが負ける確率は $\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$ である。

第 4 講　PART3　確認問題

1　白玉５個，黒玉４個，赤玉３個，青玉２個が１つの袋の中に入っている。この袋の中から同時に３個の玉を取り出すとき，白玉が２個以上出る確率は $\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$ である。

2　白玉５個，黒玉４個，赤玉３個，青玉２個が１つの袋の中に入っている。この袋の中から同時に３個の玉を取り出すとき，３個の玉の色がすべて同じである確率は $\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キクケ}}$ である。

第 4 講　PART4　確認問題

1　2 個のさいころを同時に投げるとき，目の和が 4 以上である確率は $\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$ である。

2　1 から 5 までの数が書かれたカードが，各数字 4 枚ずつ，合計 20 枚ある。この中から 2 枚同時に取り出すとき，2 枚が同じ数字であるか，2 枚の数字の積が 6 以下である確率は $\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キク}}$ である。

第 5 講　さまざまな試行と確率，期待値

PART1　独立な試行の確率

例題

(1)　さいころを２回続けて投げるとき，１回目は２の倍数，２回目は３以上の目が出る確率を求めよ。

(2)　Ａの袋には白玉６個，黒玉４個，Ｂの袋には白玉７個，黒玉３個が入っている。Ａの袋から３個，Ｂの袋から２個の玉を取り出すとき，取り出した玉の色がすべて同じである確率を求めよ。

Point Pickup

練習

(1)　さいころを続けて 3 回投げるとき，次の確率を求めよ。

(i)　出る目が順に 1，2，3 である確率　　(ii)　少なくとも 1 回は 3 の倍数が出る確率

(2)　A の袋には赤玉 7 個，青玉 4 個，B の袋には赤玉 6 個，青玉 5 個が入っている。A，B の袋から 2 個ずつ玉を取り出すとき，取り出した玉が赤玉 2 個，青玉 2 個になる確率を求めよ。

PART2　反復試行の確率

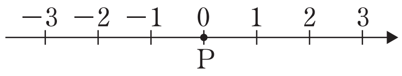
例題

(1)　1 個のさいころを 5 回投げるとき，次の問いに答えよ。

(i)　3 の倍数の目がちょうど 3 回出る確率を求めよ。

(ii)　3 の倍数の目が 3 回以上出る確率を求めよ。

(2)　数直線上を動く点 P が原点にある。1 枚の硬貨を投げて，表が出たら正の方向に 3，裏が出たら負の方向に 2 進む。硬貨を 5 回投げるとき，点 P が原点に戻っている確率を求めよ。



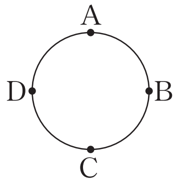
Point Pickup

練習

(1)　1個のさいころを4回投げるとき，次の確率を求めよ。

(i)　5以上の目がちょうど2回出る確率　　　(ii)　4回目に2度目の5の目が出る確率

(2)　右の図において，点PはAを出発点として確率 $\frac{2}{3}$ で右回りに1つ次の点に移り，確率 $\frac{1}{3}$ で左回りに1つ次の点に移る。3回の移動で，点Pが点Bにいる確率を求めよ。



PART3　条件付き確率

例題

⑴　10本のくじのうち，4本が当たりくじである。このくじをA, Bが順に1本ずつ引くとき，次の問いに答えよ。ただし，一度引いたくじはもとには戻さない。

(i)　Aが当たりくじを引いたとき，Bが当たる確率

(ii)　A，Bともに当たる確率

(iii)　Bが当たる確率

⑵　赤玉3個と白玉2個が入った袋Aと，赤玉2個と白玉2個が入った袋Bがある。袋Aから玉を1個取り出し，それを袋Bに入れた後に，袋Bから玉を1個取り出すとき，それが白玉である確率を求めよ。

Point Pickup

練習

(1)　1 から 20 までの数字が書かれた 20 枚のカードから，もとに戻さずに 1 枚ずつ 2 枚引くとき，2 枚目が 3 の倍数である確率を求めよ。

(2)　赤玉 6 個と白玉 3 個が入った袋 A と，赤玉 3 個と白玉 4 個が入った袋 B がある。袋 A から玉を 1 個取り出し，それを袋 B に入れた後に，袋 B から 2 個同時に取り出すとき，その 2 個がともに赤玉である確率を求めよ。

PART4　期待値

例題

1 個のさいころを投げ，(出る目の数 $\times$ 100)円がもらえるとする。例えば 2 の目が出た場合，$2\times100=200$ (円)がもらえる。このとき，もらえる金額の期待値を求めよ。

Point Pickup

練習

500 円硬貨を 3 枚同時に投げて，表が出た硬貨を全部もらえるゲームがある。

(1)　このゲームでもらえる金額の期待値を求めよ。

(2)　このゲームの参加料が 700 円のとき，このゲームに参加することは得であるといえるか。

第５講　PART1　確認問題

1　さいころを続けて３回投げるとき，出る目が順に２，４，６である確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウエ}}$ である。また，少なくとも１回は偶数の目が出る確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ である。

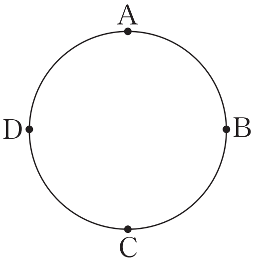
2　Ａの袋には赤玉６個，青玉３個，Ｂの袋には赤玉５個，青玉４個が入っている。Ａ，Ｂの袋から２個ずつ玉を取り出すとき，取り出した玉が赤玉２個，青玉２個になる確率は $\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケコ}}$ である。

第５講　PART2　確認問題

1　1 個のさいころを 4 回投げるとき，5 以上の目がちょうど 3 回出る確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である。

2　1 個のさいころを 4 回投げるとき，4 回目に 3 度目の 1 の目が出る確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オカキ}}$ である。

3　右の図において，点 P は A を出発点として確率 $\dfrac{3}{4}$ で右回りに 1 つ次の点に移り，確率 $\dfrac{1}{4}$ で左回りに 1 つ次の点に移る。3 回の移動で，点 P が点 B にいる確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケコ}}$ である。



第５講　PART3　確認問題

1　1から20までの数字が書かれた20枚のカードから，もとに戻さずに1枚ずつ2回引くとき，2枚目が5の倍数である確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

2　赤玉5個と白玉3個が入った袋Aと，赤玉3個と白玉2個が入った袋Bがある。袋Aから玉を1個取り出し，それを袋Bに入れた後に，袋Bから玉を1個取り出すとき，それが白玉である確率は $\dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オカ}}$ である。

第５講　PART4　確認問題

1　コインを４回投げて，（表の出る回数 $\times$ 100円）がもらえるゲームがある。このゲームでもらえる金額の期待値を求めよ。

[アイウ]（円）

また，このゲームの参加料が150円のとき，このゲームに参加することは得であるといえるか。

[エ]

① 得であるといえる
② 得であるとはいえない

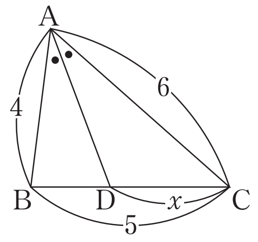
第 6 講　三角形の性質

PART1　線分の内分・外分，角の二等分線と比

例題

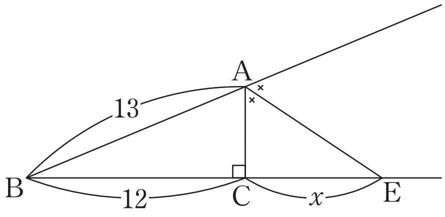
次の図において，x の値を求めよ。

(1)



AD は ∠A の二等分線

(2)

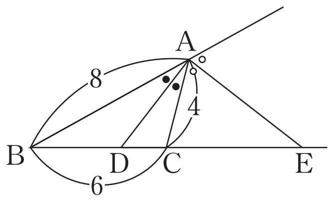


AE は ∠A の外角の二等分線

Point Pickup

練習

AB＝8，BC＝6，CA＝4 である △ABC において，∠A およびその外角の二等分線が直線 BC と交わる点をそれぞれ D，E とする。次の問いに答えよ。



(1)　線分 BD の長さを求めよ。

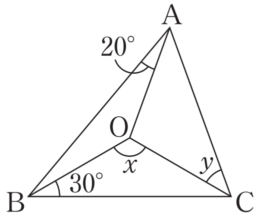
(2)　線分 DE の長さを求めよ。

PART2　三角形の外心・内心・重心

例題

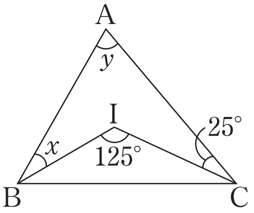
下の図において，x，y の値を求めよ。

(1)



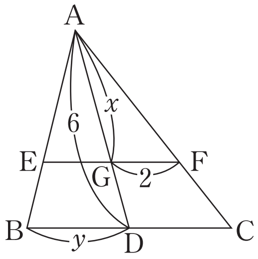
点 O は外心

(2)



点 I は内心

(3)



点 G は重心

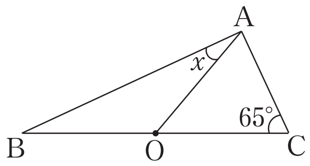
EF // BC

Point Pickup

練習

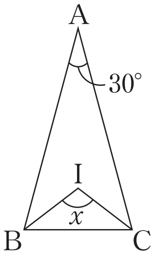
下の図において，x，y の値を求めよ。

(1)



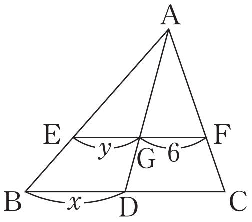
点 O は外心

(2)



点 I は内心

(3)



点 G は重心

EF // BC

PART3　三角形の辺と角，三角形の線分の比と面積比

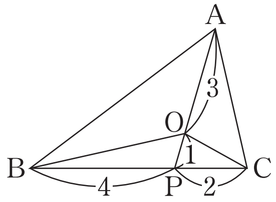
例題

(1)　右の図の △ABC において，次のものを求めよ。

(i)　△ABP：△ACP

(ii)　△OBC：△ABC

(iii)　△OAB：△OAC



(2)　3 辺の長さが x，5，7 である三角形が存在するような x の値の範囲を求めよ。

(3)　$\angle A = 60^\circ$，$\angle B = 40^\circ$ である △ABC において，3 辺 AB，BC，CA の大小を調べよ。

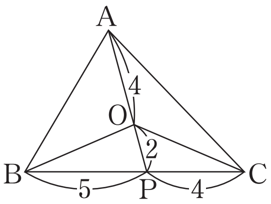
Point Pickup

練習

(1)　右の図の △ABC において，次のものを求めよ。

(i)　△OBC：△ABC

(ii)　△OAB：△OAC



(2)　3 辺の長さが x，$x+1$，$x+3$ である三角形が存在するような x の値の範囲を求めよ。

(3)　AB＝3，BC＝6，∠B＝110° である △ABC において，3 つの角 ∠A，∠B，∠C の大小を調べよ。

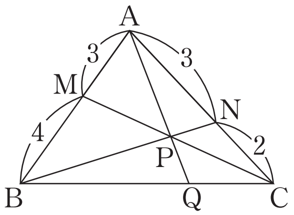
PART4　チェバの定理，メネラウスの定理

例題

右の図において，次の問いに答えよ。

(1)　BQ：QC を求めよ。

(2)　CP：PM，BP：PN を求めよ。



Point Pickup

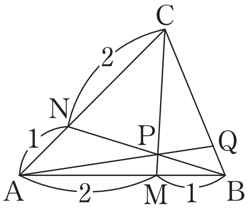
練習

右の図において，次の問いに答えよ。

(1)　BQ：QC を求めよ。

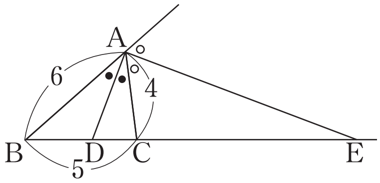
(2)　BP：PN，CP：PM を求めよ。

(3)　QP：PA を求めよ。



第 6 講　PART1　確認問題

AB = 6，BC = 5，CA = 4 である △ABC において，∠A およびその外角の二等分線が直線 BC と交わる点をそれぞれ D，E とするとき，次の長さを求めよ。



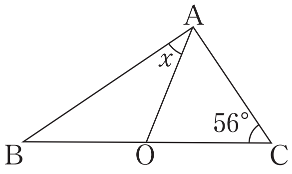
1　BD = ア

2　DE = イウ

第 6 講　PART2　確認問題

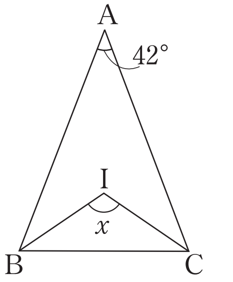
下の図において，x，y の値を求めよ。

1　点Oは △ABC の外心である。



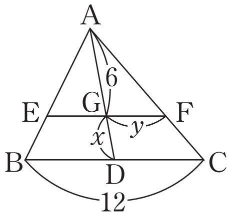
$x=$ アイ °

2　点Iは △ABC の内心である。



$x=$ ウエオ °

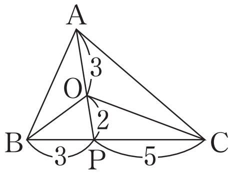
3　点Gは △ABC の重心であり，EF // BC である。



$x=$ カ ，$y=$ キ

第6講　PART3　確認問題

1　下の図の △ABC において，次のものを求めよ。



△OBC：△ABC＝ ア ： イ

△OAB：△OAC＝ ウ ： エ

2　3辺の長さが，x，$x+1$，$3x-5$ である三角形が存在するような x の値の範囲を求めよ。

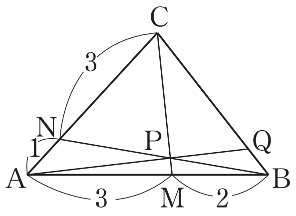
オ $<x<$ カ

3　AB＝4，CA＝7，∠A＝95° である △ABC において，3つの角 ∠A，∠B，∠C の大小を調べ，①～⑥のうちから選べ。 キ

①　∠A＜∠B＜∠C　　②　∠A＜∠C＜∠B
③　∠B＜∠A＜∠C　　④　∠B＜∠C＜∠A
⑤　∠C＜∠A＜∠B　　⑥　∠C＜∠B＜∠A

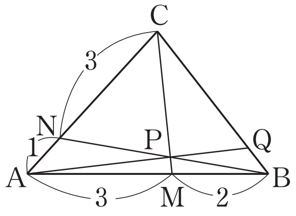
第６講　PART4　確認問題

1　下の図において，BQ：QC を求めよ。



BQ：QC＝ ア ： イ

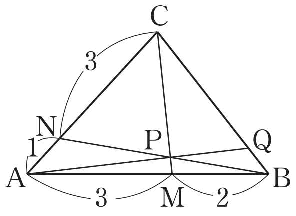
2　下の図において，BP：PN，CP：PM を求めよ。



BP：PN＝ ウ ： エ

CP：PM＝ オカ ： キ

3　下の図において，QP：PA を求めよ。



QP：PA＝ ク ： ケコ

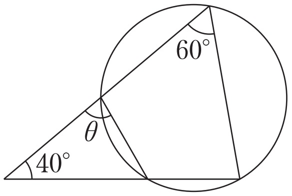
第 7 講　円の性質

PART1　円に内接する四角形

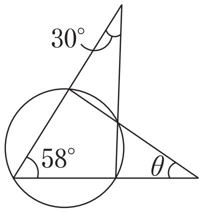
例題

(1)　次の図において，角 θ の大きさを求めよ。

(i)

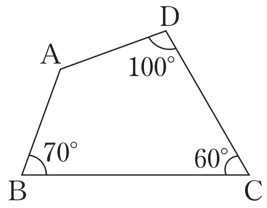


(ii)

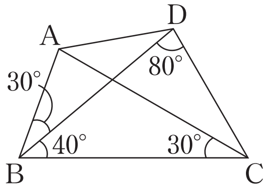


(2)　次の四角形 ABCD のうち，円に内接するものを選べ。

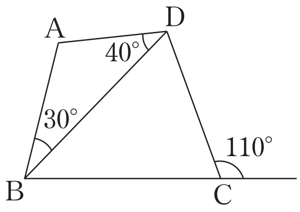
①



②



③

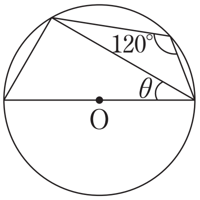


Point Pickup

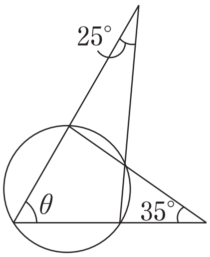
練習

(1)　次の図において，角 θ の大きさを求めよ。

(i)

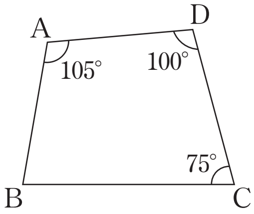


(ii)

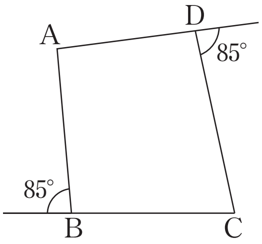


(2)　次の四角形 ABCD のうち，円に内接するものを選べ。

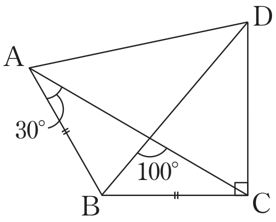
①



②



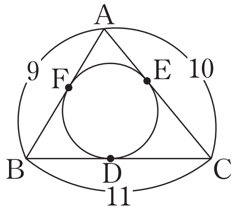
③



PART2　円と接線

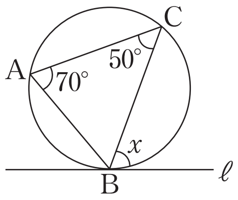
例題

(1)　右図のように，円が △ABC の各辺に接していて D，E，F は接点である。AB = 9，BC = 11，CA = 10 のとき，BD の長さを求めよ。



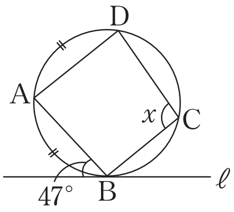
(2)　下の図において，x を求めよ。ただし，直線 ℓ，m は円の接線である。

(i)



点 B は円の接点

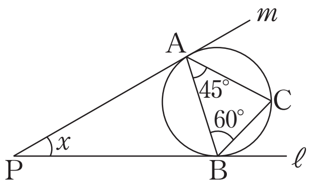
(ii)



点 B は円の接点

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = \overset{\frown}{\mathrm{AD}}$

(iii)

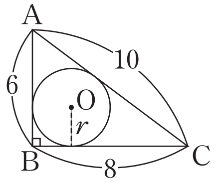


点 A，B は円の接点

Point Pickup

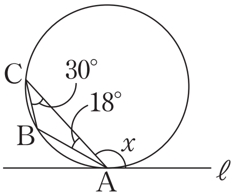
練習

(1)　右図において，円 O は $\triangle ABC$ の内接円であり，
$AB=6$，$BC=8$，$CA=10$，$\angle B=90^\circ$ である。
円 O の半径 r を求めよ。



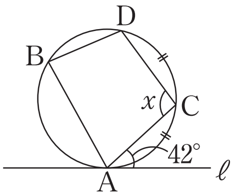
(2)　下の図において，x を求めよ。ただし，直線 ℓ，m は円の接線である。

(i)



点 A は円の接点

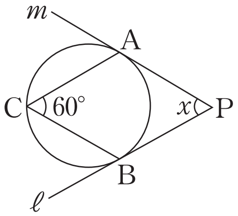
(ii)



点 A は円の接点

$\overset{\frown}{CA}=\overset{\frown}{CD}$

(iii)



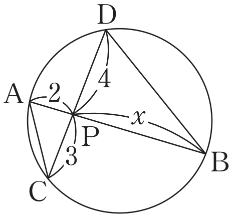
点 A，B は円の接点

PART3　方べきの定理

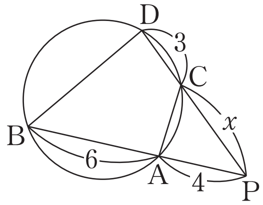
例題

次の図において，x を求めよ。ただし，点 T は接点とする。

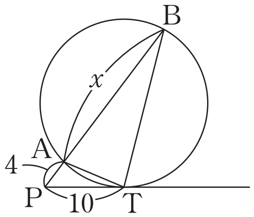
(1)



(2)



(3)

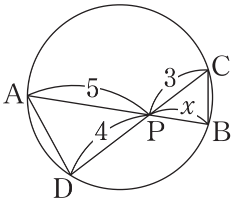


Point Pickup

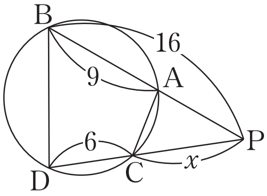
練習

次の図において，x を求めよ。ただし，点 T は接点とする。

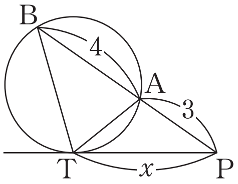
(1)



(2)



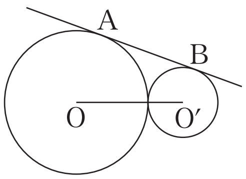
(3)



PART4　２つの円，作図

例題

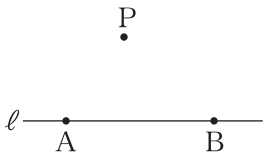
(1)　右の図で，直線 AB は２つの円 O，O′ の共通接線で，A，B は接点である。また，２つの円 O，O′ は接している。円 O の半径を 4，円 O′ の半径を 2 とするとき，線分 AB の長さを求めよ。



(2)　右の図のように，直線 ℓ 上に２点 A，B があり，直線 ℓ 上にない点 P がある。次の(i)，(ii)のそれぞれの方法で，P を通り，ℓ に平行な直線を作図せよ。

(i)　線分 AP をひし形の１辺と考える。

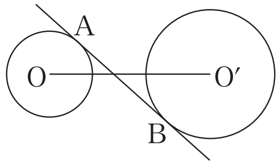
(ii)　線分 AB，AP を平行四辺形の隣接する２辺と考える。



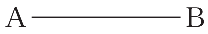
Point Pickup

練習

(1)　右の図で，直線 AB は 2 つの円 O，O′ の共通接線で，A，B は接点である。円 O の半径を 2，円 O′ の半径を 3，中心間の距離 OO′ を 10 とするとき，線分 AB の長さを求めよ。

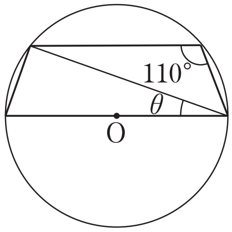


(2)　平行線と線分の比を用いて，線分 AB を 1：2 に内分する点を作図によって求めよ。



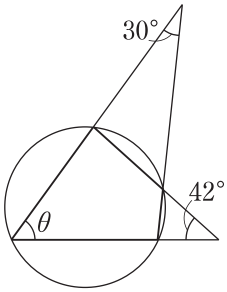
第 7 講　PART1　確認問題

1　次の図において，角 θ の大きさを求めよ。



$\theta =$ アイ $°$

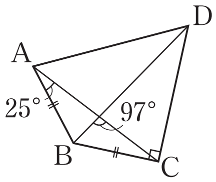
2　次の図において，角 θ の大きさを求めよ。

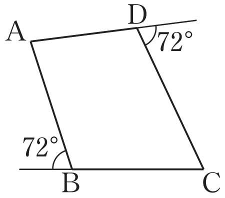


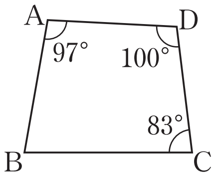
$\theta =$ ウエ $°$

3　次の四角形 ABCD のうち，円に内接するものを選べ。

オ

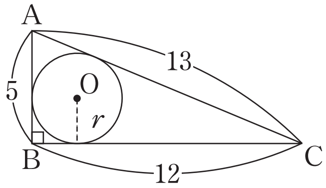
①


②


③


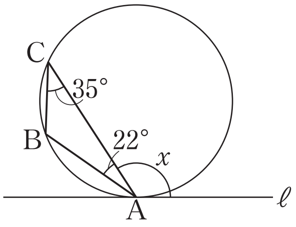
第 7 講　PART2　確認問題

1　下の図において，円 O は △ABC の内接円であり，
AB = 5，BC = 12，CA = 13，∠B = 90° である。円 O の半径 r を求めよ。



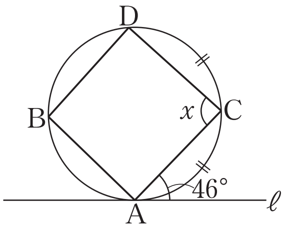
$r =$ ア

2　下の図において，x を求めよ。ただし，直線 ℓ は円の接線であり，点 A は円の接点である。



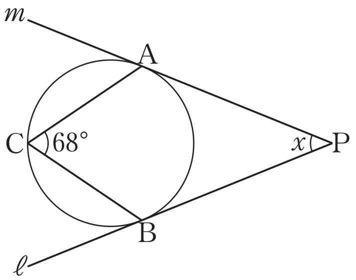
$x =$ イウエ °

3　下の図において，x を求めよ。ただし，直線 ℓ は円の接線であり，点 A は円の接点，$\overset{\frown}{CA} = \overset{\frown}{CD}$ である。



$x =$ オカ °

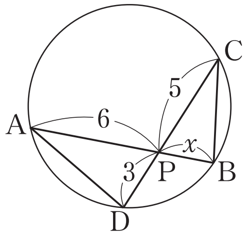
4 下の図において，x を求めよ。ただし，直線 ℓ，m は円の接線であり，点 A，B は円の接点である。



$x=$ **キク** °

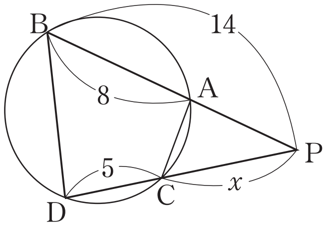
第 7 講　PART3　確認問題

1　次の図において，x を求めよ。



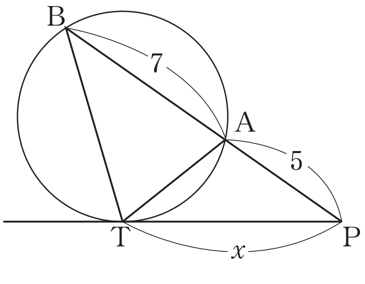
$x = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$

2　次の図において，x を求めよ。



$x = \boxed{ウ}$

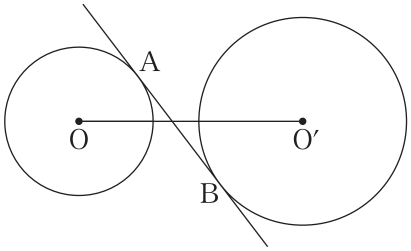
3　次の図において，点 T は接点である。x を求めよ。



$x = \boxed{エ}\sqrt{\boxed{オカ}}$

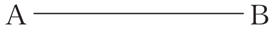
第 7 講　PART4　確認問題

1 次の図で，直線 AB は 2 つの円 O，O′ の共通接線で，A，B は接点である。円 O の半径を 5，円 O′ の半径を 7，中心間の距離 OO′ を 15 とするとき，線分 AB の長さを求めよ。



AB = [ア]

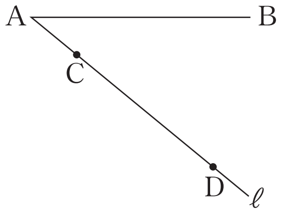
2 線分 AB を 1：3 に内分する点 E を作図によって求める。



ただし [エ] ～ [カ] は下の①～⑧のうちから選べ。

ⅰ　点 A を通り，直線 AB と異なる直線 ℓ を引く。

ⅱ　ℓ 上に，AC：CD = [イ]：[ウ] となるような点 C，D をこの順にとる。



ⅲ　点 B を中心とする半径 [エ] の円と，点 [オ] を中心とする半径 [カ] の円をかき，交点を P とする。

ⅳ　直線 CP と AB の交点を E とする。

[エ] ～ [カ] の選択肢

① A　② B　③ C　④ D

⑤ AB　⑥ AC　⑦ BD　⑧ CD

[MEMO]

第 8 講　約数と倍数

PART1　約数と倍数

例題

(1)　ある自然数 N が 4 の倍数になるのは，下 2 桁が 4 の倍数のときである。これを，4 桁の自然数 N について証明せよ。

(2)　5 桁の自然数 3152□が 3 の倍数かつ 4 の倍数であるとき，□に入る数を求めよ。

Point Pickup

練習

(1)　ある自然数 N が 8 の倍数になるのは，下 3 桁が 8 の倍数のときである。これを，5 桁の自然数 N について証明せよ。

(2)　5 桁の自然数 5778□が 5 の倍数かつ 9 の倍数であるとき，□に入る数を求めよ。

PART2　素因数分解と約数

例題

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

(i)　$\sqrt{312n}$　　　(ii)　$\sqrt{\dfrac{504}{n}}$

(2)　24 の正の約数の個数と総和を求めよ。

Point Pickup

練習

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

(i)　$\sqrt{2520n}$　　　　(ii)　$\sqrt{\dfrac{1188}{n}}$

(2)　1350 の正の約数の個数と総和を求めよ。

PART3　最大公約数と最小公倍数

例題

(1)　36，234 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

(2)　n は自然数とする。$n+7$ は 5 の倍数，$n+5$ は 7 の倍数であるとき，$n+12$ は 35 の倍数であることを証明せよ。

Point Pickup

練習

(1)　84，126，630 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

(2)　n は自然数とする。$n+5$ は 3 の倍数，$n+6$ は 5 の倍数であるとき，$n+11$ は 15 の倍数であることを証明せよ。

PART4　余りによる分類

例題

(1)　2 つの整数 a，b を 8 で割ったときの余りをそれぞれ 3，6 とする。このとき，次の数を 8 で割ったときの余りを求めよ。

(i)　$a+b$　　(ii)　$a-b$　　(iii)　ab

(2)　n が整数のとき，n^2+4 は 3 で割り切れないことを証明せよ。

Point Pickup

練習

(1)　2 つの整数 a，b を 5 で割ったときの余りをそれぞれ 2，3 とする。このとき，次の数を 5 で割ったときの余りを求めよ。

(i)　$a+b$　　(ii)　$a-2b$　　(iii)　a^2+b^2

(2)　n が整数のとき，n^2+1 を 4 で割った余りは 1 か 2 であることを証明せよ。

第 8 講　PART1　確認問題

1 ある自然数 N が 4 の倍数になるのは，下 2 桁が 4 の倍数のときである。これを，5 桁の自然数 N について証明する。

[ア] ～ [ウ] に入るものとして正しいものを，下の①～③からそれぞれ選べ。

[証明]

$N=10000a+1000b+100c+10d+e$ とおく。

$$N=\boxed{ア}+\boxed{イ}$$

$100=$ [ウ] より，[ア] は 4 の倍数であるから，N が 4 の倍数になるのは，[イ]，すなわち下 2 桁が 4 の倍数のときである。

[ア] の選択肢

① $100(100a+10b+c)$

② $1000(10a+b)$

③ $10(1000a+100b+10c+d)$

[イ] の選択肢

① $100c+10d+e$

② e

③ $10d+e$

[ウ] の選択肢

① $10\cdot10$　　② $4\cdot25$　　③ $2\cdot50$

2 5 桁の自然数 5761□が 3 の倍数かつ 4 の倍数であるとき，□に入る数は [エ] である。

第 8 講　PART2　確認問題

1 $\sqrt{540n}$ が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

$n=$ [アイ]

2 $\sqrt{\dfrac{936}{n}}$ が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

$n=$ [ウエ]

3 792 の正の約数の個数は [オカ] 個，総和は [キクケコ] である。

第 8 講　PART3　確認問題

1　60，96 の最大公約数は アイ ，最小公倍数は ウエオ である。

2　n は自然数とする。$n+4$ は 3 の倍数，$n+3$ は 4 の倍数であるとき，$n+7$ は 12 の倍数 であることを証明せよ。

ただし， カ は下の①～④のうちから選べ。

[証明]

$n+4$ は 3 の倍数，$n+3$ は 4 の倍数であるから

　　カ $(k,\ l$ は自然数$)$

と表される。

$$n+7=(n+\boxed{キ})+3=3k+3=3(k+1)$$

$$n+7=(n+\boxed{ク})+4=4l+4=4(l+1)$$

よって　$3(k+1)=4(l+1)$

3 と 4 は互いに素であるから，$k+1$ は ケ の倍数である。

よって，$k+1=\boxed{ケ}m$　(m は自然数)と表される。

したがって，$n+7=3(k+1)=3\cdot\boxed{ケ}m=12m$ より，$n+7$ は 12 の倍数である。

カ の選択肢

①　$n+4=4k$，$n+3=3l$　②　$n+4=12k$，$n+3=12l$

③　$n+4=3k$，$n+3=4l$　④　$n+4=7k$，$n+3=7l$

第 8 講　PART4　確認問題

1　2 つの整数 a, b を 7 で割ったときの余りをそれぞれ 3, 5 とする。このとき, $a+b$ を 7 で割ったときの余りは [ア] である。

2　2 つの整数 a, b を 7 で割ったときの余りをそれぞれ 3, 5 とする。このとき, $a-2b$ を 7 で割ったときの余りは [イ] である。

3　2 つの整数 a, b を 7 で割ったときの余りをそれぞれ 3, 5 とする。このとき, $3ab$ を 7 で割ったときの余りは [ウ] である。

4 n が整数のとき，n^2+10 は 3 で割り切れないことを証明せよ。

[証明]

すべての整数 n は　$3k$，$3k+1$，$3k+$ エ　(k は整数)のいずれかの形で表される。

$n=3k$ のとき

$$n^2+10=(3k)^2+10=3(3k^2+\boxed{オ})+\boxed{カ}$$

$n=3k+1$ のとき

$$n^2+10=(3k+1)^2+10=9k^2+6k+11$$
$$=3(3k^2+\boxed{キ}k+\boxed{ク})+\boxed{ケ}$$

$n=3k+$ エ のとき

$$n^2+10=(3k+\boxed{エ})^2+10=9k^2+12k+14$$
$$=3(3k^2+\boxed{コ}k+\boxed{サ})+\boxed{シ}$$

よって，n^2+10 を 3 で割った余りは 1 か 2 である。

したがって，n^2+10 は 3 で割り切れない。

[MEMO]

第 9 講　ユークリッドの互除法，整数の性質の活用

PART1　ユークリッドの互除法

例題

次の２つの自然数の最大公約数を，ユークリッドの互除法を用いて求めよ。

(1)　930，18　　　(2)　1207，994

Point Pickup

練習

次の 2 つの自然数の最大公約数を，ユークリッドの互除法を用いて求めよ。

(1)　697，119　　(2)　1273，469

PART2　1 次不定方程式

例題

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

(1)　$5x-2y=1$　　(2)　$3x+4y=1$

Point Pickup

練習

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

(1)　$11x-8y=1$　　(2)　$5x+13y=1$

PART3　１次不定方程式とユークリッドの互除法

例題

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

$$35x-46y=1$$

Point Pickup

練習

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

$$95x+28y=1$$

PART4　整数の性質の活用

例題

(1)　次の数を 10 進法で表せ。

　(i)　$110110_{(2)}$　　　(ii)　$0.101_{(2)}$

(2)　10 進数 77 を 2 進法で表せ。

Point Pickup

練習

(1)　次の数を 10 進法で表せ。

(i)　$21012_{(3)}$　　　(ii)　$0.321_{(4)}$

(2)　10 進数 1110 を 5 進法で表せ。

第 9 講　PART1　確認問題

次の２つの自然数の最大公約数を，ユークリッドの互除法を用いて求めよ。

1　805，368

$805 = 368 \cdot 2 + 69$

$368 = \boxed{\text{アイ}} \cdot 5 + \boxed{\text{ウエ}}$

$\boxed{\text{オカ}} = \boxed{\text{キク}} \cdot 3 + 0$

よって，805 と 368 の最大公約数は $\boxed{\text{ケコ}}$

2　1505，473

$1505 = 473 \cdot 3 + 86$

$473 = \boxed{\text{サシ}} \cdot 5 + \boxed{\text{スセ}}$

$\boxed{\text{ソタ}} = \boxed{\text{チツ}} \cdot 2 + 0$

よって，1505 と 473 の最大公約数は $\boxed{\text{テト}}$

第 9 講　PART2　確認問題

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

1　$13x-4y=1$　……①

この方程式の整数解の 1 つは　$x=1$，$y=$ ア

よって　$13\cdot1-4\cdot$ ア $=1$　……②

①－②より　$13(x-1)=4(y-$ ア $)$

13 と 4 は互いに素より，$x-1$ は イ の倍数である。

よって，$x-1=$ イ k　（k は整数）　と表される。

したがって，求める整数解は

$x=$ イ $k+1$，$y=$ ウエ $k+$ オ　（k は整数）

である。

2　$17x+7y=1$　……①

この方程式の整数解の 1 つは　$x=-2$，$y=$ カ

よって　$17\cdot(-2)+7\cdot$ カ $=1$　……②

①－②より　$17(x+2)=-7(y-$ カ $)$

17 と 7 は互いに素より，$x+2$ は キ の倍数である。

よって，$x+2=$ キ k　（k は整数）　と表される。

したがって，求める整数解は

$x=$ キ $k-2$，$y=-$ クケ $k+$ コ　（k は整数）

である。

第 9 講　PART3　確認問題

1　方程式 $76x-35y=1$ の整数解をすべて求めよ。

$x=$ [アイ] $k+$ [ウ],

$y=$ [エオ] $k+$ [カキ]　(k は整数)

第9講　PART4　確認問題

1 $110212_{(3)}$ を 10 進法で表せ。

[アイウ]

2 $0.011_{(2)}$ を 10 進法で表せ。

0.[エオカ]

3 10 進数 710 を 5 進法で表すと，[キ] である。

適切なものを，下の①～④から選べ。

① $142_{(5)}$　　② $10020_{(5)}$

③ $10320_{(5)}$　　④ $1032_{(5)}$

第 1 講　場合の数

PART1　集合の要素の個数

例題

1 から 100 までの整数のうち，次の整数の個数を求めよ。

(1)　3 の倍数　　(2)　5 の倍数でない数

(3)　15 の倍数　　(4)　3 の倍数または 5 の倍数

(5)　3 の倍数であるが，5 の倍数でない数　　(6)　3 の倍数でも 5 の倍数でもない数

1 から 100 までの整数全体の集合を U とし，U の部分集合のうち，3 の倍数全体の集合を A，5 の倍数全体の集合を B とすると

$$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot33\}$$

$$B=\{5\cdot1,\ 5\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 5\cdot20\}$$

より，$n(A)=33$，$n(B)=20$

(1)　$n(A)=33$ より　33 個

(2)　$n(\overline{B})=n(U)-n(B)=100-20=80$ より　80 個

(3)　15 の倍数，すなわち 3 の倍数かつ 5 の倍数全体の集合は $A\cap B$ で表される。

$$A\cap B=\{15\cdot1,\ 15\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 15\cdot6\}$$

より，$n(A\cap B)=6$　　よって　6 個

(4)　3 の倍数または 5 の倍数全体の集合は　$A\cup B$ で表される。

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=33+20-6=47$ より　47 個

(5)　3 の倍数であるが，5 の倍数でない数全体の集合は　$A\cap\overline{B}$ で表される。

$n(A\cap\overline{B})=n(A)-n(A\cap B)=33-6=27$ より　27 個

(6)　3 の倍数でも 5 の倍数でもない数全体の集合は　$\overline{A}\cap\overline{B}$ で表される。

$n(\overline{A}\cap\overline{B})=n(\overline{A\cup B})=n(U)-n(A\cup B)=100-47=53$ より　53 個

練習

1 から 100 までの整数のうち，次の整数の個数を求めよ。

(1)　2 の倍数かつ 7 の倍数

(2)　2 の倍数または 7 の倍数

(3)　7 の倍数であるが，2 の倍数でない数

(4)　2 の倍数ではないかまたは 7 の倍数ではない数

1 から 100 までの整数全体の集合を U とし，U の部分集合のうち，2 の倍数全体の集合を A，7 の倍数全体の集合を B とすると

$$A=\{2\cdot 1,\ 2\cdot 2,\ \cdots\cdots,\ 2\cdot 50\}$$

$$B=\{7\cdot 1,\ 7\cdot 2,\ \cdots\cdots,\ 7\cdot 14\}$$

より，$n(A)=50$，$n(B)=14$

(1)　2 の倍数かつ 7 の倍数，すなわち 14 の倍数全体の集合は $A\cap B$ で表される。

$$A\cap B=\{14\cdot 1,\ 14\cdot 2,\ \cdots\cdots,\ 14\cdot 7\}$$

より，$n(A\cap B)=7$　　よって　7 個

(2)　2 の倍数または 7 の倍数全体の集合は　$A\cup B$ で表される。

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=50+14-7=57$ より　57 個

(3)　7 の倍数であるが，2 の倍数でない数全体の集合は　$\overline{A}\cap B$ で表される。

$n(\overline{A}\cap B)=n(B)-n(A\cap B)=14-7=7$ より　7 個

(4)　2 の倍数ではないかまたは 7 の倍数ではない数全体の集合は　$\overline{A}\cup\overline{B}$ で表される。

$n(\overline{A}\cup\overline{B})=n(\overline{A\cap B})=n(U)-n(A\cap B)=100-7=93$ より　93 個

PART2　場合の数

例題

(1)　a, b, b, c, c の 5 個の文字から 3 個選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。

(2)　大中小 3 つのさいころを同時に投げたとき，目の和が 7 になる場合は何通りあるか。

(3)　1 枚のコインを繰り返し投げ，表が 2 回，または裏が 2 回出たところで終了とする。コインの表と裏の出方は何通りあるか。

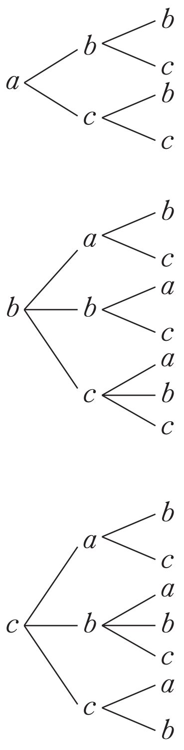
(1)　文字を並べるすべての場合を樹形図で表すと下図。
よって 18 通り

(2)　目の和が 7 になるすべての場合を樹形図で表すと下図。
よって 15 通り

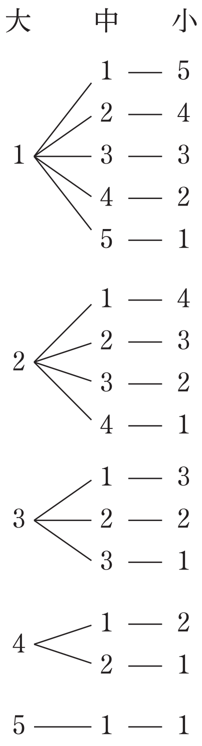
(3)　表が出ることを○，裏が出ることを×で表し，終了するまでのコインの表裏のすべての場合を樹形図で表すと下図。よって 6 通り

（樹形図）

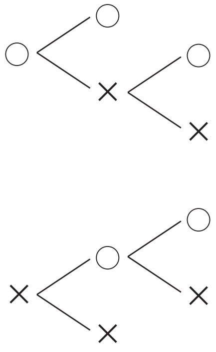
(1)



(2)



(3)



練習

⑴　a，a，b，b，b，c の 6 個の文字から 3 個選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。

⑵　大中小 3 つのさいころを同時に投げたとき，目の和が 10 になる場合は何通りあるか。

⑶　A と B が対戦を繰り返し行い，先に 3 回勝った方を優勝者とする。各対戦において引き分けはないものとし，優勝者が決まったらそこで対戦を終了する。優勝者が決まるまでの勝敗の分かれ方は何通りあるか。

⑴　文字を並べるすべての場合を樹形図で表すと下図。

よって　19 通り

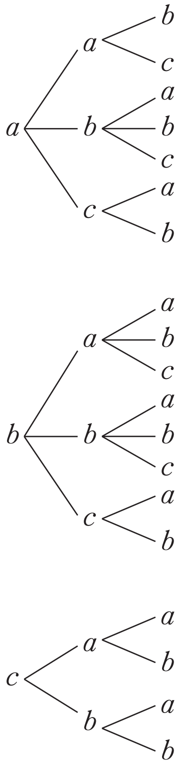
⑵　目の和が 10 になるすべての場合を樹形図で表すと下図。

よって　27 通り

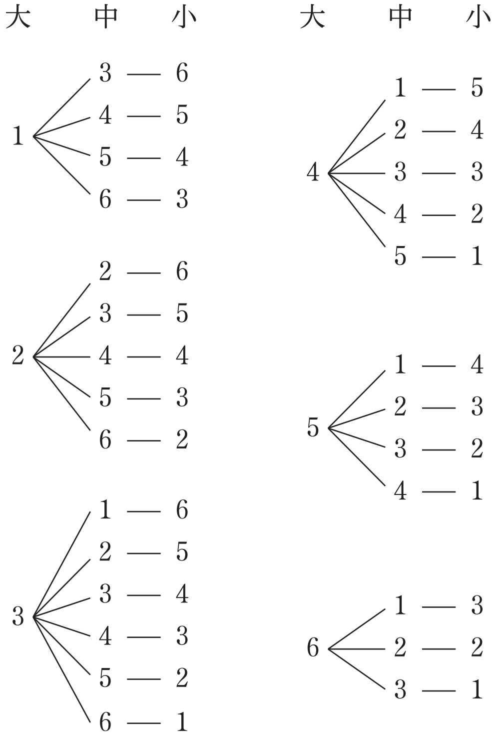
⑶　対戦で勝った方を A，B で表すとし，優勝者が決まるまでの勝敗のすべての場合を樹形図で表すと下図。よって　20 通り

（樹形図）

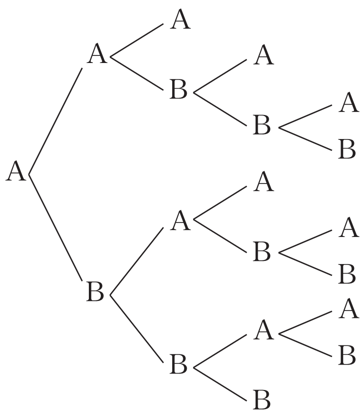
⑴

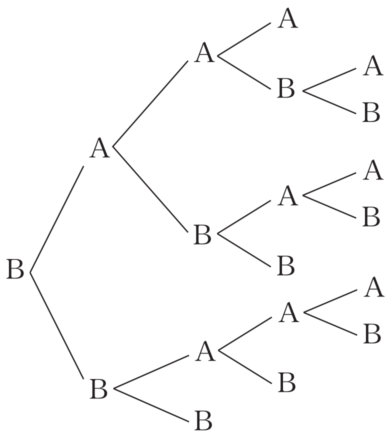


⑵



(3)





PART3　和の法則

例題

大小 2 つのさいころを投げるとき，目の和が 5 の倍数になる場合は何通りあるか。

大小 2 つのさいころの目を(大きいさいころの目，小さいさいころの目)で表す。

目の和が 5 の倍数になるのは，目の和が 5 または 10 になる場合である。

　目の和が 5 になるのは (1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1) の 4 通り

　目の和が 10 になるのは (4，6)，(5，5)，(6，4) の 3 通り

これらは同時には起こらないので，求める場合の数は $4+3=7$（通り）

練習

大小 2 つのさいころを投げるとき，目の和が 9 以上になる場合は何通りあるか。

大小 2 つのさいころの目を(大きいさいころの目，小さいさいころの目)で表す。

目の和が 9 以上になるのは，目の和が 9 または 10 または 11 または 12 になる場合である。

　目の和が 9 になるのは (3，6)，(4，5)，(5，4)，(6，3) の 4 通り

　目の和が 10 になるのは (4，6)，(5，5)，(6，4) の 3 通り

　目の和が 11 になるのは (5，6)，(6，5) の 2 通り

　目の和が 12 になるのは (6，6) の 1 通り

これらは同時には起こらないので，求める場合の数は $4+3+2+1=10$（通り）

PART4　積の法則

例題

(1)　大小２つのさいころを投げるとき，目の積が奇数になる場合は何通りあるか。

(2)　大小２つのさいころを投げるとき，目の和が偶数になる場合は何通りあるか。

(1)　目の積が奇数になるのは，目がともに奇数の場合である。

大きいさいころの目が奇数になる場合は３通り

そのどの場合においても，小さいさいころの目が奇数になる場合は３通り

よって，求める場合の数は $3\times3=9$（通り）

(2)　目の和が偶数になるのは，次の２つの場合

(i)　２つのさいころの目がともに偶数

(ii)　２つのさいころの目がともに奇数

(i)のとき　$3\times3=9$（通り）　　(ii)のとき　$3\times3=9$（通り）

(i)，(ii)は同時には起こらないので，求める場合の数は $9+9=18$（通り）

練習

(1)　大中小３つのさいころを投げるとき，目の出方は何通りあるか。また，目の積が奇数になる場合は何通りあるか。

(2)　大小２つのさいころを投げるとき，目の積が偶数になる場合は何通りあるか。

(1)　１つのさいころにつき，目の出方は６通りある。

よって，３つのさいころの目の出方の場合の数は $6\times6\times6=216$（通り）

また，目の積が奇数になるのは，３つのさいころの目がすべて奇数のときである。

よって，目の積が奇数になる場合の数は　$3\times3\times3=27$（通り）

(2)　目の積が偶数になる場合は，次の３つの場合

(i)　２つのさいころの目がともに偶数

(ii)　大きいさいころの目が偶数，小さいさいころの目が奇数

(iii)　大きいさいころの目が奇数，小さいさいころの目が偶数

(i)のとき　$3\times3=9$（通り）　(ii)のとき　$3\times3=9$（通り）　(iii)のとき　$3\times3=9$（通り）

(i)，(ii)，(iii)のどの２つも同時には起こらないので，求める場合の数は $9+9+9=27$（通り）

第 2 講　順列

PART1　順列

例題

(1)　a，b，c，d の 4 つの文字から 2 文字を選んで 1 列に並べる方法は何通りあるか。
また，この 4 つの文字をすべて使って 1 列に並べる方法は何通りあるか。

(2)　1 から 8 までの番号のついた 8 つの座席に 3 人が座る方法は何通りあるか。

(1)　a，b，c，d の 4 つの文字について

2 文字を選んで 1 列に並べる方法は ${}_4P_2 = 4 \cdot 3 = 12$ (通り)

4 文字すべてを使って 1 列に並べる方法は $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ (通り)

(2)　8 つの番号から 3 つを選んで 1 列に並べる順列の総数に等しい。

よって　${}_8P_3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ (通り)

練習

(1)　pencil の 6 文字すべてを使ってできる文字列は何通りあるか。また，この 6 文字から 5 文字選んで 1 列に並べる文字列は何通りあるか。

(2)　4 人の生徒が，異なる 7 枚のカードから 1 枚ずつ選ぶとき，カードの選び方は何通りあるか。ただし，同じカードを選ぶことはできないとする。

(1)　p，e，n，c，i，l の 6 つの文字について

6 文字すべてを使って 1 列に並べる文字列は $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ (通り)

5 文字を選んで 1 列に並べる文字列は ${}_6P_5 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 720$ (通り)

(2)　7 枚のカードから 4 枚選んで 1 列に並べる順列の総数に等しい。

よって　${}_7P_4 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$ (通り)

PART2　順列の利用

例題

(1)　6 個の数字 1，2，3，4，5，6 から異なる 4 個を選んで 4 桁の整数を作るとき，奇数は何個できるか。

(2)　男子 4 人，女子 2 人が 1 列に並ぶとき，次の問いに答えよ。

(i)　両端が女子である並び方は何通りあるか。

(ii)　女子 2 人が隣り合う並び方は何通りあるか。

(iii)　女子が隣り合わない並び方は何通りあるか。

(1)　ある整数が奇数であるとき，その一の位が奇数である。

よって，一の位は 1，3，5 の 3 通り

そのいずれの場合についても，千, 百, 十の位の選び方は，残り 5 個の数字から 3 個取って 1 列に並べる順列の総数に等しく ${}_5P_3$ 通り

よって，求める個数は，積の法則により

$$3\times{}_5P_3=3\times5\cdot4\cdot3=180\ (\text{個})$$

(2)(i)　両端の女子の並び方は 2! 通り

そのいずれの場合についても，残り 4 人の並び方は 4! (通り)

よって，並び方の総数は

$$2!\times4!=2\cdot1\times4\cdot3\cdot2\cdot1=48\ (\text{通り})$$

(ii)　隣り合う女子を 1 人とみなすと，並び方の総数は 5 人が並ぶ順列の総数に等しく，5! 通り

そのいずれの場合についても，女子 2 人の並び方は 2! 通り

よって，並び方の総数は

$$5!\times2!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1\times2\cdot1=240\ (\text{通り})$$

(iii)　男子 4 人の並び方の総数は 4! 通り

その並び方のそれぞれについて，男子 4 人の間または両端の 5 箇所から 2 箇所を選んで女子 1 人ずつ 2 人を並べる方法は ${}_5P_2$ 通り

よって，並び方の総数は

$$4!\times{}_5P_2=4\cdot3\cdot2\cdot1\times5\cdot4=480\ (\text{通り})$$

練習

(1)　6 個の数字 0，1，2，3，4，5 から異なる 3 個を選んで 3 桁の整数を作るとき，次の整数は何個できるか。

(i)　3 桁の整数　　(ii)　3 桁の奇数

(2)　男子 3 人，女子 4 人が 1 列に並ぶとき，次の問いに答えよ。

(i)　両端が男子である並び方は何通りあるか。

(ii)　男子 3 人が隣り合う並び方は何通りあるか。

(iii)　男子が隣り合わない並び方は何通りあるか。

(1)(i)　百の位は 0 以外の 1 ～ 5 の数字のいずれかであるから，その選び方は 5 通り

そのいずれの場合についても，十, 一の位の選び方は，残り 5 個の数字から 2 個取って

1 列に並べる順列の総数に等しく ${}_5P_2$ 通り

よって，求める個数は，積の法則により

$$5\times{}_5P_2=5\times5\cdot4=100\ (個)$$

(ii)　一の位は，1，3，5 の 3 通り

そのいずれの場合についても

百の位の選び方は，0 と一の位の数以外の 4 通り

十の位の選び方は，百の位と一の位の数以外の 4 通り

である。よって，求める個数は，積の法則により

$$3\times4\times4=48\ (個)$$

(2)(i)　両端の男子の並び方は ${}_3P_2$ 通り

そのいずれの場合についても，残り 5 人の並び方は 5! 通り

よって，並び方の総数は

$${}_3P_2\times5!=3\cdot2\times5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720\ (通り)$$

(ii)　隣り合う男子を 1 人とみなすと，並び方の総数は 5 人が並ぶ順列の総数に等しく，5! 通り

そのいずれの場合についても，男子 3 人の並び方は 3! 通り

よって，並び方の総数は

$$5!\times3!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1\times3\cdot2\cdot1=720\ (通り)$$

(iii)　女子 4 人の並び方の総数は 4! 通り

その並び方のそれぞれについて，女子 4 人の間または両端の 5 箇所から 3 箇所を選んで男子 1 人ずつ 3 人を並べる方法は ${}_5P_3$ 通り

よって，並び方の総数は

$$4!\times{}_5P_3=4\cdot3\cdot2\cdot1\times5\cdot4\cdot3=1440\ (通り)$$

PART3　円順列

例題

(1)　両親と子供 4 人の 6 人が円形のテーブルに向かって座るとする。次のような座り方は何通りあるか。

(i)　6 人全員の座り方　　(ii)　両親が隣り合わない座り方

(2)　異なる 5 色の玉を机の上に円形に並べる方法は何通りあるか。また，これらを糸でつないで首飾りを作るとき，何通りの首飾りができるか。

(1)(i)　6 人の円順列の総数より　$(6-1)!=5!=120$ (通り)

(ii)　子供 4 人の円順列の総数は　$(4-1)!=3!$ (通り)

その並び方のそれぞれについて，子供 4 人の間の 4 箇所に両親 2 人を並べる方法は ${}_4P_2$ 通り

よって，並び方の総数は　$3!\times{}_4P_2=72$ (通り)

(2)　円形に並べる方法は，異なる 5 個のものの円順列より　$(5-1)!=4!=24$ (通り)

また，首飾りの総数は，異なる 5 個のものの円順列において，裏返すと同じものが 2 つずつあることから　$\dfrac{4!}{2}=\dfrac{24}{2}=12$ (通り)

練習

(1)　父，母，息子 2 人，娘 2 人が円形のテーブルに向かって座るとする。

(i)　女性が隣り合わない方法は何通りあるか。

(ii)　両親が向かい合う方法は何通りあるか。

(2)　異なる 6 個の宝石から 4 個を取り出して，机の上に円形に並べる方法は何通りあるか。

(1)(i)　男性 3 人の円順列の総数は　$(3-1)!=2!$ (通り)

その並び方のそれぞれについて，男性 3 人の間の 3 箇所に女性 3 人を並べる方法は 3! 通り

よって，並び方の総数は　$2!\times 3!=12$ (通り)

(ii)　両親のうち 1 人を固定すると，もう 1 人はその向かい側に固定される。

残りの 4 人の順列を考えて，求める並び方の総数は　$4!=24$ (通り)

(2)　異なる 6 個から 4 個選んで並べる順列は ${}_6P_4$ 通り

この順列には，円順列として同じものになるものが 4 通りずつある。

よって，並び方の総数は　$\dfrac{{}_6P_4}{4}=\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4}=90$ (通り)

PART4　重複順列

例題

(1)　4 人の生徒がじゃんけんをするとき，手の出し方は全部で何通りあるか。

(2)　0，1，2，3，4 の 5 個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，次の整数はいくつできるか。

(i)　4 桁の整数　　(ii)　4 桁の奇数

(1)　4 人の手の出し方は，それぞれグー，チョキ，パーの 3 通り

よって $3^4=81$（通り）

(2)(i)　千の位の数字の選び方は 1 ～ 4 の 4 通り

それ以外の位の数字の選び方は，それぞれ 0 ～ 4 の 5 通り

よって，4 桁の整数の個数は　$4\times5^3=500$（個）

(ii)　千の位の数字の選び方は 1 ～ 4 の 4 通り

一の位の数字の選び方は 1，3 の 2 通り

それ以外の位の数字の選び方は，それぞれ 0 ～ 4 の 5 通り

よって，4 桁の奇数の個数は　$4\times2\times5^2=200$（個）

練習

(1)　7 種類の異なる果物がある。これらを組み合わせて，最大 7 個の果物が入ったセットを 1 つ作りたい。何通りのセットができるか。ただし，セットの中に最低でも 1 つの果物を入れることとし，同じ種類の果物を 2 個以上入れないこととする。

(2)　0，1，2，3 の 4 個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，次の整数はいくつできるか。

(i)　4 桁の偶数　　(ii)　4 桁以下の整数

(1)　7 種類の果物それぞれについて，選ぶ，選ばないの 2 通りの選択がある。

このうち，7 種類とも選ばない場合の 1 通りを除いて，求める場合の数は

$2^7-1=127$（通り）

(2)(i)　千の位の数字の選び方は 1 ～ 3 の 3 通り

一の位の数字の選び方は　0，2 の 2 通り

それ以外の位の数字の選び方は，それぞれ 0 ～ 3 の 4 通り

よって，4 桁の偶数の個数は　$3\times2\times4^2=96$ (個)

(ii)　4 桁以下の整数として，4 桁，3 桁，2 桁，1 桁の整数がある。

4 桁の整数の個数は　$3\times4^3=192$ (個)

3 桁の整数の個数は　$3\times4^2=48$ (個)

2 桁の整数の個数は　$3\times4=12$ (個)

1 桁の整数の個数は　4(個)

よって，求める個数は　$192+48+12+4=256$ (個)

第 3 講　組合せ

PART1　組合せ

例題

(1)　異なる 8 冊の本から 3 冊を選ぶ方法は何通りあるか。

(2)　正五角形について，次のものの総数を求めよ。

　(i)　3 個の頂点を結んでできる三角形の個数

　(ii)　対角線の本数

(1)　${}_8C_3=\dfrac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}=56$ (通り)

(2)(i)　求める三角形の個数は，5 個から 3 個取る組合せの総数である。

よって　${}_5C_3={}_5C_2=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$ (個)

(ii)　5 個の頂点のうち 2 個を結んでできる線分の本数は，5 個から 2 個取る組合せの総数で

$${}_5C_2=10\ (本)$$

である。

このうち，正五角形の辺である線分が 5 本含まれる。

よって，対角線の本数は　$10-5=5$ (本)

練習

(1)　1 枚の硬貨を 10 回投げるとき，表が 5 回出る場合は何通りあるか。

(2)　正七角形について，次のものの総数を求めよ。

　(i)　4 個の頂点を結んでできる四角形の個数

　(ii)　対角線の本数

(1)　${}_{10}C_5=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=252$ (通り)

(2)(i)　求める四角形の個数は，7 個から 4 個取る組合せの総数である。

よって　${}_7C_4={}_7C_3=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=35$ (個)

(ii)　7 個の頂点のうち 2 個を結んでできる線分の本数は，7 個から 2 個取る組合せの総数で

$$ {}_7\mathrm{C}_2=\frac{7\cdot 6}{2\cdot 1}=21\ (\text{本}) $$

である。

このうち，正七角形の辺である線分が 7 本含まれる。

よって，対角線の本数は　$21-7=14$ (本)

PART2　組合せの利用

例題

男子6人，女子4人から次のように4人選ぶ方法は何通りあるか。

(1)　男女問わず4人選ぶ

(2)　男子2人，女子2人選ぶ

(3)　女子を少なくとも1人選ぶ

(4)　ある特定の1人Aを含むように選ぶ

(1)　男女合わせて10人から4人選ぶ方法で ${}_{10}C_4=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=210$ (通り)

(2)　男子の選び方は ${}_6C_2$ 通り，そのおのおのに対し，女子の選び方は ${}_4C_2$ 通り

よって，求める場合の数は ${}_6C_2\times{}_4C_2=\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}=90$ (通り)

(3)　(解法1)

女子が1人も選ばれないのは，4人とも男子を選ぶときで　${}_6C_4={}_6C_2=15$ (通り)

よって，求める場合の数は $210-15=195$ (通り)

(解法2)

女子が少なくとも1人選ばれるのは

①　4人とも女子　　②　女子3人，男子1人

③　女子2人，男子2人　　④　女子1人，男子3人

のいずれかの場合である。

①の場合の数は　${}_4C_4=1$ (通り)

②の場合の数は　${}_4C_3\times{}_6C_1={}_4C_1\times{}_6C_1=4\times6=24$ (通り)

③の場合の数は　${}_4C_2\times{}_6C_2=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5}{2\cdot1}=90$ (通り)

④の場合の数は　${}_4C_1\times{}_6C_3=4\times\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=80$ (通り)

よって，求める場合の数は　$1+24+90+80=195$ (通り)

(4)　Aを先に選び，残り9人から3人を選ぶ方法で　${}_9C_3=\dfrac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}=84$ (通り)

練習

男女ともに５人の合計10人から５人を選ぶ。次のような選び方は何通りあるか。

(1)　少なくとも１人の男子を選ぶ

(2)　女子を２人以上選ぶ

(3)　Ａは選ばれるが，Ｂは選ばれない

(1)　男女合わせて10人から５人選ぶ方法は $_{10}C_5=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=252$（通り）

５人とも女子を選ぶ方法は　$_5C_5=1$（通り）

よって，求める場合の数は　$252-1=251$（通り）

(2)　５人とも男子を選ぶ方法は　$_5C_5=1$（通り）

男子４人，女子１人を選ぶ方法は　$_5C_4\times{}_5C_1={}_5C_1\times{}_5C_1=5\times5=25$（通り）

よって，求める場合の数は　$252-(1+25)=226$（通り）

(3)　Ａを先に選び，残り９人のうちＢを除く８人から４人を選ぶ方法で

$$_8C_4=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=70\text{（通り）}$$

PART3　組分け

例題

8 個の異なるお菓子を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1)　5 個，2 個，1 個の 3 組に分ける

(2)　2 個ずつ 4 人の子供に分ける

(3)　4 個ずつ 2 組に分ける。

(4)　4 個，2 個，2 個の 3 組に分ける。

(1)　8 個から 5 個を選び，次に残った 3 個から 2 個を選ぶと，残りの 1 個は自動的に決まる。

よって，分け方の総数は

$$ {}_8C_5 \times {}_3C_2 = {}_8C_3 \times {}_3C_1 = \frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1} \times 3 = 168 \text{ (通り)} $$

(2)　$ {}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 = \frac{8\cdot7}{2\cdot1} \times \frac{6\cdot5}{2\cdot1} \times \frac{4\cdot3}{2\cdot1} = 2520$ (通り)

(3)　2 組を A，B とすると，A，B に 4 個ずつ分ける方法は

$$ {}_8C_4 = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 70 \text{ (通り)} $$

A，B の区別をなくすと，同じ分け方になるものが 2! 通りずつ存在する。

よって，求める分け方の総数は　$\frac{70}{2!} = \frac{70}{2} = 35$ (通り)

(4)　3 組を A，B，C とすると，A に 4 個，B，C に 2 個ずつ分ける方法は

$$ {}_8C_4 \times {}_4C_2 = \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1} \times \frac{4\cdot3}{2\cdot1} = 420 \text{ (通り)} $$

B，C の区別をなくすと，同じ分け方になるものが 2! 通りずつ存在する。

よって，求める分け方の総数は　$\frac{420}{2!} = \frac{420}{2} = 210$ (通り)

練習

9 人を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1)　4 人，3 人，2 人の 3 組に分ける。

(2)　3 人ずつ 3 組に分ける。

(3)　5 人，2 人，2 人の 3 組に分ける。

(1)　9 人から 4 人選び，次に残った 5 人から 3 人選ぶと，残りの 2 人は自動的に決まる。

よって，分け方の総数は

$${}_9C_4\times{}_5C_3={}_9C_4\times{}_5C_2=\frac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=1260\text{（通り）}$$

(2)　3 組を A，B，C とすると，A，B，C に 3 人ずつ分ける方法は

$${}_9C_3\times{}_6C_3=\frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}\times\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=1680\text{（通り）}$$

A，B，C の区別をなくすと，同じ分け方になるものが 3! 通りずつ存在する。

よって，求める分け方の総数は　$\dfrac{1680}{3!}=\dfrac{1680}{6}=280$（通り）

(3)　3 組を A，B，C とすると，A に 5 人，B，C に 2 人ずつ分ける方法は

$${}_9C_5\times{}_4C_2={}_9C_4\times{}_4C_2=\frac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1}\times\frac{4\cdot3}{2\cdot1}=756\text{（通り）}$$

B，C の区別をなくすと，同じ分け方になるものが 2! 通りずつ存在する。

よって，求める分け方の総数は　$\dfrac{756}{2!}=\dfrac{756}{2}=378$（通り）

PART4　同じものを含む順列

例題

(1)　6 個の数字 1，1，2，2，3，4 を 1 列に並べて 6 桁の整数を作るとき，次の問いに答えよ。

(i)　6 桁の整数は何通りできるか。

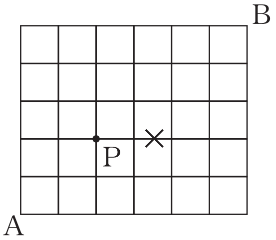
(ii)　3 が 4 より左にある並べ方は何通りあるか。

(2)　右の図のような道のある町で，A から B までの最短経路のうち，次のものの総数を求めよ。

(i)　最短経路すべて

(ii)　P を通る

(iii)　P を通り，×を通らない



(1)(i)　$\dfrac{6!}{2!2!}=\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\times2\cdot1}=180$ (通り)

(ii)　1，1，2，2，○，○の 6 個を 1 列に並べたあと，2 個の○を左から 3，4 とすればよい。

よって　$\dfrac{6!}{2!2!2!}=\dfrac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{2\cdot1\times2\cdot1\times2\cdot1}=90$ (通り)

(2)　右に 1 区画進むことを→，上に 1 区画進むことを↑で表す。

(i)　A から B までの最短経路は，→ 6 個と↑ 5 個，合計 11 個の順列で表される。

よって　$\dfrac{11!}{6!5!}=\dfrac{11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=462$ (通り)

(ii)　A から P までの最短経路は $\dfrac{4!}{2!2!}$ 通り

P から B までの最短経路は $\dfrac{7!}{4!3!}$ 通り

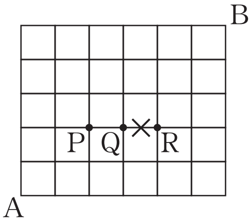
よって，P を通る最短経路は　$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{7!}{4!3!}=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}=210$ (通り)

(iii)　P を通り，×を通る最短経路は，右図 A → P → Q → R → B より

$\dfrac{4!}{2!2!}\times1\times1\times\dfrac{5!}{2!3!}=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=60$ (通り)

よって，P を通り，×を通らない最短経路は

$210-60=150$ (通り)



練習

(1) SAITAMA の 7 文字を 1 列に並べるとき，次の問いに答えよ。

(i) すべての並べ方は何通りあるか。

(ii) 子音が隣り合わない並べ方は何通りあるか。

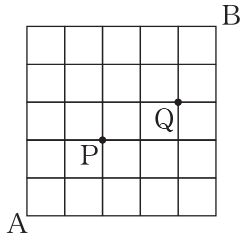
(iii) S，I，T がこの順に並ぶ並べ方は何通りあるか。

(2) 右の図のような道のある町で，A から B までの最短経路のうち，次のものの総数を求めよ。

(i) 最短経路すべて

(ii) P を通る

(iii) P または Q を通る。



(1)(i) $\dfrac{7!}{3!}=\dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3!}{3!}=7\cdot6\cdot5\cdot4=840$ (通り)

(ii) 母音 A，A，A，I の 4 文字を並べる方法は $\dfrac{4!}{3!}=4$ (通り)

母音の間または両端の 5 箇所中 3 箇所に子音 S，T，M を並べる方法が ${}_5P_3=60$ (通り)

よって　$4\times60=240$ (通り)

(iii) ○，○，○，A，A，A，M の 7 文字を 1 列に並べたあと，3 個の○を左から S，I，T とすればよい。

よって　$\dfrac{7!}{3!3!}=\dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=140$ (通り)

(2) 右に 1 区画進むことを→，上に 1 区画進むことを↑で表す。

(i) →5 個と↑5 個の順列より　$\dfrac{10!}{5!5!}=\dfrac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=252$ (通り)

(ii) A→P→B より　$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{6!}{3!3!}=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}=120$ (通り)

(iii) Q を通る最短経路は　A→Q→B より　$\dfrac{7!}{4!3!}\times\dfrac{3!}{1!2!}=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}\times3=105$ (通り)

P と Q の両方を通る最短経路は　A→P→Q→B より

$\dfrac{4!}{2!2!}\times\dfrac{3!}{2!}\times\dfrac{3!}{2!}=\dfrac{4\cdot3}{2\cdot1}\times3\times3=54$ (通り)

よって，P または Q を通る最短経路は

$120+105-54=171$ (通り)

第 4 講　事象と確率

PART1　試行と事象

例題

(1)　2 つのさいころを同時に投げるとき，目の和が 6 になる確率を求めよ。

(2)　赤玉 4 個，白玉 2 個が入った袋から玉を 1 個取り出すとき，赤玉が出る確率を求めよ。

(1)　2 つのさいころを A，B として区別すると，A，B の目の出方は $6\times6=36$ (通り)であり，これらは同様に確からしい。

A，B の目を(A の目，B の目)のように表すとすると，目の和が 6 になる場合の数は

(1，5)，(2，4)，(3，3)，(4，2)，(5，1)

の 5 通りである。

よって，求める確率は $\dfrac{5}{36}$

(2)　赤玉を a_1，a_2，a_3，a_4，白玉を b_1，b_2 とすると，玉を 1 個取り出すときの場合の数は a_1，a_2，a_3，a_4，b_1，b_2 の 6 通りであり，これらは同様に確からしい。

赤玉を取り出す場合の数は a_1，a_2，a_3，a_4 の 4 通りである。

よって，求める確率は $\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$

練習

(1)　2 つのさいころを同時に投げるとき，目の積が奇数になる確率を求めよ。

(2)　3 枚の硬貨を同時に投げるとき，表が 2 枚だけ出る確率を求めよ。

(1)　2 つのさいころを A，B として区別すると，A，B の目の出方は $6\times6=36$ (通り) であり，これらは同様に確からしい。

A，B の目を(A の目，B の目)のように表すとすると，目の積が奇数になる場合の数は

(1，1)，(1，3)，(1，5)，(3，1)，(3，3)，(3，5)，(5，1)，(5，3)，(5，5)，

の 9 通りである。

よって，求める確率は $\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}$

(2)　3 枚の硬貨を A，B，C とすると，A，B，C の表と裏の出方は $2\times2\times2=8$ (通り) であり，これらは同様に確からしい。

A，B，C の表と裏の出方を(A の表裏，B の表裏，C の表裏)と表すとすると，表が 2 枚だけ出る場合の数は

(表，表，裏)，(表，裏，表)，(裏，表，表)

の 3 通りである。

よって，求める確率は $\frac{3}{8}$

PART2 順列・組合せと確率

例題

(1) HAKATA の 6 文字を 1 列に並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率を求めよ。

(2) 赤玉 5 個，白玉 3 個が入った袋から，同時に 3 個の玉を取り出すとき，赤玉 2 個，白玉 1 個が出る確率を求めよ。

(3) 3 人で 1 回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ。

(i) 1 人だけが勝つ確率　　(ii) あいこになる確率

(1) 3 つの A を A_1，A_2，A_3 とすると，母音は A_1，A_2，A_3，子音は H，K，T である。

異なる 6 文字を 1 列に並べる方法は 6! 通り。

母音と子音が交互に並ぶのは，母音，子音をそれぞれ母，子と表すとすると

(i) 母子母子母子　　(ii) 子母子母子母

のいずれかの場合である。

(i)のとき　母音の 3 文字の並べ方は　3! 通り

子音の 3 文字の並べ方は　3! 通り　　よって $3!\times3!$ 通り

(ii)のとき　(i)同様　$3!\times3!$ 通り

よって，求める確率は $\dfrac{3!\times3!+3!\times3!}{6!}=\dfrac{3!\times3!\times2}{6!}=\dfrac{3\cdot2\cdot1\times2}{6\cdot5\cdot4}=\dfrac{1}{10}$

(2) 3 個の玉の取り出し方は ${}_8C_3$ 通り

このうち，赤玉 2 個、白玉 1 個が出る場合は　5 個の赤玉から 2 個、3 個の白玉から 1 個取り出す場合で ${}_5C_2\times{}_3C_1$ 通り

よって，求める確率は $\dfrac{{}_5C_2\times{}_3C_1}{{}_8C_3}=\dfrac{10\times3}{56}=\dfrac{15}{28}$

(3) 3 人の手の出し方は 3^3 通り

(i) 1 人だけが勝つとき，その勝者の決まり方は　${}_3C_1$ 通り

勝者の手の出し方は，グー，チョキ，パーの 3 通り

よって，求める確率は $\dfrac{{}_3C_1\times3}{3^3}=\dfrac{1}{3}$

(ii) あいこになるのは，以下のいずれかの場合である。

[1]　手の出し方が 1 種類　　[2]　手の出し方が 3 種類

[1]のとき　3 通り

[2]のとき　グー，チョキ，パーのそれぞれを 3 人の誰が出すかで 3! 通り

よって，求める確率は $\dfrac{3+3!}{3^3}=\dfrac{1}{3}$

練習

(1) SAPPORO の 7 文字を並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率を求めよ。

(2) 10 本中 3 本が当たりのくじがある。このくじから同時に 3 本引くとき，1 本だけ当たる確率を求めよ。

(3) A，B，C，D の 4 人で 1 回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ。

(i) A だけが負ける確率　　(ii) あいこになる確率

(1) 2 つの P を P_1，P_2，2 つの O を O_1，O_2 とすると，母音は A，O_1，O_2，子音は S，P_1，P_2，R である。

異なる 7 文字を 1 列に並べる方法は 7! 通り。

母音と子音が交互に並ぶのは，母音，子音をそれぞれ母，子と表すとすると，

子母子母子母子

の場合のみである。

母音の 3 文字の並べ方は　3! 通り　　子音の 4 文字の並べ方は　4! 通り

したがって，求める確率は $\dfrac{3!\times4!}{7!}=\dfrac{3\cdot2\cdot1}{7\cdot6\cdot5}=\dfrac{1}{35}$

(2) 3 本のくじの取り出し方は ${}_{10}C_3$ 通り

このうち，1 本だけ当たりくじを引くのは，当たりくじ 3 本から 1 本，はずれくじ 7 本から 2 本引く場合で，${}_3C_1\times{}_7C_2$ 通り

よって，求める確率は $\dfrac{{}_3C_1\times{}_7C_2}{{}_{10}C_3}=\dfrac{3\times21}{120}=\dfrac{21}{40}$

(3) 4 人の手の出し方は 3^4 通り

(i) A だけが負けるとき，A の手の出し方は，グー，チョキ，パーの 3 通り

よって，求める確率は $\dfrac{3}{3^4}=\dfrac{1}{27}$

(ii) あいこになるのは，以下のいずれかの場合

[1]　手の出し方が 1 種類　　[2]　手の出し方が 3 種類

[1]のとき　3 通り

[2]のとき　グー，チョキ，パーのうち，2 人が出している手の選び方が 3 通り

4 つの手を 4 人の誰が出すかで $\dfrac{4!}{2!}=12$ (通り)

よって，求める確率は $\dfrac{3+3\times12}{3^4}=\dfrac{13}{27}$

PART3　確率の基本性質

例題

$\boxed{1}$のカードが 5 枚，$\boxed{2}$のカードが 4 枚，$\boxed{3}$のカードが 3 枚，合計 12 枚のカードがある。この中から同時に 3 枚のカードを取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　$\boxed{1}$のカードが 2 枚以上出る確率

(2)　3 枚のカードの数がすべて同じである確率

(1)　$\boxed{1}$のカードが 2 枚以上出るという事象は

事象 A：3 枚とも$\boxed{1}$　　　事象 B：2 枚が$\boxed{1}$，1 枚が$\boxed{2}$か$\boxed{3}$

の和事象 $A\cup B$ で，これらは互いに排反である。

$$P(A)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{10}{220}=\frac{1}{22},\quad P(B)=\frac{{}_5\mathrm{C}_2\times{}_7\mathrm{C}_1}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{70}{220}=\frac{7}{22}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{1}{22}+\frac{7}{22}=\frac{4}{11}$$

(2)　3 枚のカードの数がすべて同じであるという事象は

事象 A：3 枚とも$\boxed{1}$　事象 C：3 枚とも$\boxed{2}$　事象 D：3 枚とも$\boxed{3}$

の和事象 $A\cup C\cup D$ で，これらは互いに排反である。

$$P(C)=\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{4}{220},\quad P(D)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{1}{220}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A\cup C\cup D)=P(A)+P(C)+P(D)=\frac{10}{220}+\frac{4}{220}+\frac{1}{220}=\frac{15}{220}=\frac{3}{44}$$

練習

白玉 5 個，黒玉 3 個，赤玉 2 個が 1 つの袋の中に入っている。この袋の中から同時に玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　同時に 3 個取り出すとき，3 個の玉の色がすべて同じ確率

(2)　同時に 4 個取り出すとき，どの色の玉も含む確率

(1)　3 個の玉の色がすべて同じという事象は

事象 A：3 個とも白玉　　　事象 B：3 個とも黒玉

の和事象 $A\cup B$ で，これらは互いに排反である。

$$P(A)=\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{10}{120},\ P(B)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_{10}\mathrm{C}_3}=\frac{1}{120}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{10}{120}+\frac{1}{120}=\frac{11}{120}$$

(2)　どの色の玉も含むという事象は

事象 C：白玉 2 個，黒玉 1 個，赤玉 1 個

事象 D：白玉 1 個，黒玉 2 個，赤玉 1 個

事象 E：白玉 1 個，黒玉 1 個，赤玉 2 個

の和事象 $C\cup D\cup E$ で，これらは互いに排反である。

$$P(C)=\frac{{}_5\mathrm{C}_2\times{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_4}=\frac{60}{210}$$

$$P(D)=\frac{{}_5\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_2\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_4}=\frac{30}{210}$$

$$P(E)=\frac{{}_5\mathrm{C}_1\times{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_2}{{}_{10}\mathrm{C}_4}=\frac{15}{210}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(C\cup D\cup E)=P(C)+P(D)+P(E)=\frac{60}{210}+\frac{30}{210}+\frac{15}{210}=\frac{105}{210}=\frac{1}{2}$$

PART4　和事象の確率，余事象の確率

例題

2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1)　目の和が 6 であるか，目の積が 5 以下である確率

(2)　目の積が偶数である確率

(1)　目の和が 6 である事象を A，目の積が 5 以下である事象を B とする。

目の和が 6 となるのは

$(1,\ 5),\ (2,\ 4),\ (3,\ 3),\ (4,\ 2),\ (5,\ 1)$

の 5 通りであるから　$P(A)=\dfrac{5}{6^2}=\dfrac{5}{36}$

目の積が 5 以下となるのは

$(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (1,\ 3),\ (1,\ 4),\ (1,\ 5),\ (2,\ 1),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1),\ (4,\ 1),\ (5,\ 1)$

の 10 通りであるから $P(B)=\dfrac{10}{6^2}=\dfrac{10}{36}$

目の和が 6，かつ目の積が 5 以下であるのは $(1,\ 5),\ (5,\ 1)$ の 2 通りであるから

$$P(A\cap B)=\frac{2}{6^2}=\frac{2}{36}$$

よって，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{5}{36}+\frac{10}{36}-\frac{2}{36}=\frac{13}{36}$$

(2)　「目の積が偶数である」事象は，「目の積が奇数である」事象 C の余事象 $\overline{C}$ である。

目の積が奇数となるのは，2 つのさいころの目がともに奇数のときである。

よって，$P(C)=\dfrac{3^2}{6^2}=\dfrac{1}{4}$

ゆえに，求める確率は $P(\overline{C})=1-P(C)=1-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$

練習

1から8までの数が書かれたカードが，各数字3枚ずつ，合計24枚ある。この中から2枚同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1)　2枚が異なる数字である確率

(2)　2枚が同じ数字であるか，2枚の数字の和が5以下

(1)　(解法1)

2枚が異なる数字であるとき，その2つの数字の選び方が ${}_8C_2$ 通り。

選んだ2つの数字が書かれたカードの選び方が ${}_3C_1 \times {}_3C_1$ 通り。

よって，求める確率は　$\dfrac{{}_8C_2 \times {}_3C_1 \times {}_3C_1}{{}_{24}C_2} = \dfrac{21}{23}$

(解法2)

「2枚が異なる数字である」事象は，「2枚が同じ数字である」事象の余事象である。

2枚が同じ数字である確率は $\dfrac{8 \times {}_3C_2}{{}_{24}C_2} = \dfrac{2}{23}$

よって，求める確率は $1 - \dfrac{2}{23} = \dfrac{21}{23}$

(2)　2枚が同じ数字である事象を A，2枚の数字の和が5以下である事象を B とする。

(1)より　$P(A) = 1 - \dfrac{21}{23} = \dfrac{2}{23}$

2枚の数字の和が5以下となる数字の組合せは以下の通り。

$(1,\ 1)$，$(1,\ 2)$，$(1,\ 3)$，$(1,\ 4)$，$(2,\ 2)$，$(2,\ 3)$

$(1,\ 1)$，$(2,\ 2)$ のときのカードの選び方がそれぞれ ${}_3C_2$ 通り

$(1,\ 2)$，$(1,\ 3)$，$(1,\ 4)$，$(2,\ 3)$ のときのカードの選び方がそれぞれ ${}_3C_1 \times {}_3C_1$ 通り。

よって　$P(B) = \dfrac{2 \times {}_3C_2 + 4 \times {}_3C_1 \times {}_3C_1}{{}_{24}C_2} = \dfrac{7}{46}$

2枚が同じ数字，かつ2枚の数字の和が5以下である数字の組合せは

$(1,\ 1)$，$(2,\ 2)$

の2通りであるから　$P(A \cap B) = \dfrac{2 \times {}_3C_2}{{}_{24}C_2} = \dfrac{1}{46}$

ゆえに，求める確率は

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{23} + \frac{7}{46} - \frac{1}{46} = \frac{10}{46} = \frac{5}{23}$$

第5講　さまざまな試行と確率，期待値

PART1　独立な試行の確率

例題

(1)　さいころを2回続けて投げるとき，1回目は2の倍数，2回目は3以上の目が出る確率を求めよ。

(2)　Aの袋には白玉6個，黒玉4個，Bの袋には白玉7個，黒玉3個が入っている。Aの袋から3個，Bの袋から2個の玉を取り出すとき，取り出した玉の色がすべて同じである確率を求めよ。

(1)　さいころを投げる各回の試行は独立である。

1回目に2の倍数，2回目に3以上の目が出る確率は $\frac{3}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{3}$

(2)　Aから玉を3個取り出す試行と，Bから玉を2個取り出す試行は独立である。

取り出した玉の色がすべて同じであるのは

[1]　Aから白玉3個，Bから白玉2個を取り出す

[2]　Aから黒玉3個，Bから黒玉2個を取り出す

のいずれかの場合であり，これらの事象は排反である。

[1]の確率は $\frac{{}_6C_3}{{}_{10}C_3}\times\frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{7}{90}$　　[2]の確率は $\frac{{}_4C_3}{{}_{10}C_3}\times\frac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{1}{450}$

よって，求める確率は $\frac{7}{90}+\frac{1}{450}=\frac{2}{25}$

練習

(1)　さいころを続けて3回投げるとき，次の確率を求めよ。

(i)　出る目が順に1，2，3である確率　　(ii)　少なくとも1回は3の倍数が出る確率

(2)　Aの袋には赤玉7個，青玉4個，Bの袋には赤玉6個，青玉5個が入っている。A，Bの袋から2個ずつ玉を取り出すとき，取り出した玉が赤玉2個，青玉2個になる確率を求めよ。

(1)　さいころを投げる各回の試行は独立である。

(i)　出る目が順に 1，2，3 である確率は　$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{216}$

(ii)　「少なくとも 1 回は 3 の倍数が出る」事象は，「3 回とも 3 の倍数以外の目が出る」事象の余事象である。

3 回とも 3 の倍数以外の目が出る確率は $\frac{4}{6}\times\frac{4}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{8}{27}$

よって，求める確率は $1-\frac{8}{27}=\frac{19}{27}$

(2)　A から玉を 2 個取り出す試行と，B から玉を 2 個取り出す試行は独立である。

取り出した玉が赤玉 2 個，青玉 2 個になるのは

[1]　A から赤玉 2 個，B から青玉 2 個を取り出す

[2]　A から赤玉 1 個と青玉 1 個，B から赤玉 1 個と青玉 1 個を取り出す

[3]　A から青玉 2 個，B から赤玉 2 個を取り出す

のいずれかの場合であり，これらの事象は互いに排反である。

[1] の確率は $\frac{{}_7C_2}{{}_{11}C_2}\times\frac{{}_5C_2}{{}_{11}C_2}=\frac{42}{605}$

[2] の確率は $\frac{{}_7C_1\times{}_4C_1}{{}_{11}C_2}\times\frac{{}_6C_1\times{}_5C_1}{{}_{11}C_2}=\frac{168}{605}$

[3] の確率は $\frac{{}_4C_2}{{}_{11}C_2}\times\frac{{}_6C_2}{{}_{11}C_2}=\frac{18}{605}$

よって，求める確率は $\frac{42}{605}+\frac{168}{605}+\frac{18}{605}=\frac{228}{605}$

PART2　反復試行の確率

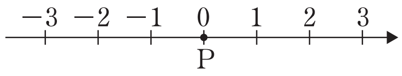
例題

(1)　1 個のさいころを 5 回投げるとき，次の問いに答えよ。

(i)　3 の倍数の目がちょうど 3 回出る確率を求めよ。

(ii)　3 の倍数の目が 3 回以上出る確率を求めよ。

(2)　数直線上を動く点 P が原点にある。1 枚の硬貨を投げて，表が出たら正の方向に 3，裏が出たら負の方向に 2 進む。硬貨を 5 回投げるとき，点 P が原点に戻っている確率を求めよ。



(1)　さいころを 1 回投げて

3 の倍数の目が出る確率は $\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$　　3 の倍数の目が出ない確率は $1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$

(i)　求める確率は ${}_5\mathrm{C}_3\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=\dfrac{40}{243}$

(ii)　3 の倍数の目が 3 回以上出るのは，3 の倍数の目がちょうど 3 回，または 3 の倍数の目がちょうど 4 回，または 3 の倍数の目が 5 回出るときであり，これらの事象は互いに排反である。よって，求める確率は

$${}_5\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2+{}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}\right)^5=\frac{40}{243}+\frac{10}{243}+\frac{1}{243}=\frac{51}{243}=\frac{17}{81}$$

(2)　硬貨を 1 回投げて，表が出る確率，裏が出る確率はともに $\dfrac{1}{2}$ である。

5 回の試行のうち，表が x 回出るとすると，裏は $(5-x)$ 回出る。

5 回の試行後の点 P の座標は $3x+(-2)\cdot(5-x)=5x-10$

点 P が原点に戻るとき $5x-10=0$ より $x=2$

よって，5 回のうち，表がちょうど 2 回出るときである。

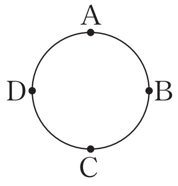
ゆえに，求める確率は ${}_5\mathrm{C}_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{5}{16}$

練習

(1)　1 個のさいころを 4 回投げるとき，次の確率を求めよ。

(i)　5 以上の目がちょうど 2 回出る確率　　(ii)　4 回目に 2 度目の 5 の目が出る確率

(2)　右の図において，点 P は A を出発点として確率 $\frac{2}{3}$ で右回りに 1 つ次の点に移り，確率 $\frac{1}{3}$ で左回りに 1 つ次の点に移る。3 回の移動で，点 P が点 B にいる確率を求めよ。



(1)(i)　さいころを 1 回投げて

5 以上の目が出る確率は $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$　　5 以上の目が出ない確率は $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

よって，求める確率は ${}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$

(ii)　さいころを 1 回投げて 5 の目が出る確率は $\frac{1}{6}$，5 の目が出ない確率は $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

4 回目に 2 度目の 5 の目が出るのは，3 回目までに 5 の目がちょうど 1 回出て，4 回目に 2 度目の 5 の目が出るときである。

よって，求める確率は ${}_3C_1\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{6}=\frac{25}{432}$

(2)　右向きを正の方向，左向きを負の方向とすると，確率 $\frac{2}{3}$ で 1，確率 $\frac{1}{3}$ で -1 移動すると考えることができる。3 回の移動のうち正の方向に x 回移るとすると，負の方向に $(3-x)$ 回移る。

3 回の移動によって，点 P は点 A から $1\cdot x+(-1)\cdot(3-x)=2x-3$ 移動する。

よって，この移動後に点 P が点 B にいるのは

[1]　$2x-3=1$　　[2]　$2x-3=-3$

のいずれかのときであり，これらの事象は互いに排反である。

[1] のとき　$x=2$　　その確率は ${}_3C_2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{9}$

[2] のとき　$x=0$　　その確率は $\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$　　以上より，求める確率は $\frac{4}{9}+\frac{1}{27}=\frac{13}{27}$

PART3　条件付き確率

例題

(1)　10 本のくじのうち，4 本が当たりくじである。このくじを A, B が順に 1 本ずつ引くとき，次の問いに答えよ。ただし，一度引いたくじはもとには戻さない。

(i)　A が当たりくじを引いたとき，B が当たる確率

(ii)　A，B ともに当たる確率

(iii)　B が当たる確率

(2)　赤玉 3 個と白玉 2 個が入った袋 A と，赤玉 2 個と白玉 2 個が入った袋 B がある。袋 A から玉を 1 個取り出し，それを袋 B に入れた後に，袋 B から玉を 1 個取り出すとき，それが白玉である確率を求めよ。

(1)　A が当たりくじを引く事象を A，B が当たりくじを引く事象を B とする。

(i)　求める確率は $P_A(B)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

(ii)　$P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$，$P_A(B)=\frac{1}{3}$ より，求める確率は

$$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$$

(iii)　B が当たるのは

[1]　A が当たり，B も当たる　　[2]　A がはずれ，B が当たる

のいずれかの場合であり，これらの事象は互いに排反である。

[1] の確率は(ii)より $\frac{2}{15}$

[2] の確率は $P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B)=\frac{3}{5}\times\frac{4}{9}=\frac{4}{15}$

よって，求める確率は

$$P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)=\frac{2}{15}+\frac{4}{15}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$$

(2)　袋 B から白玉を取り出すのは

[1]　袋 A から赤玉，袋 B から白玉　　[2]　袋 A から白玉，袋 B から白玉

を取り出す場合であり，[1]，[2] の事象は互いに排反である。

よって，求める確率は $\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{25}$

練習

(1)　1 から 20 までの数字が書かれた 20 枚のカードから，もとに戻さずに 1 枚ずつ 2 枚引くとき，2 枚目が 3 の倍数である確率を求めよ。

(2)　赤玉 6 個と白玉 3 個が入った袋 A と，赤玉 3 個と白玉 4 個が入った袋 B がある。袋 A から玉を 1 個取り出し，それを袋 B に入れた後に，袋 B から 2 個同時に取り出すとき，その 2 個がともに赤玉である確率を求めよ。

(1)　1 枚目が 3 の倍数である事象を A，2 枚目が 3 の倍数である事象を B とする。

2 枚目が 3 の倍数であるのは

[1]　1 枚目が 3 の倍数，2 枚目も 3 の倍数

[2]　1 枚目が 3 の倍数以外の数，2 枚目が 3 の倍数

のいずれかの場合であり，これらの事象は互いに排反である。

[1] の確率は $P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)=\dfrac{6}{20}\times\dfrac{5}{19}=\dfrac{30}{380}$

[2] の確率は $P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B)=\dfrac{14}{20}\times\dfrac{6}{19}=\dfrac{84}{380}$

よって，求める確率は

$$P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)$$

$$=\frac{30}{380}+\frac{84}{380}=\frac{114}{380}=\frac{3}{10}$$

(2)　袋 B から赤玉 2 個を取り出すのは

[1]　袋 A から赤玉，袋 B から赤玉 2 個　　[2]　袋 A から白玉，袋 B から赤玉 2 個

を取り出す場合であり，[1]，[2] の事象は互いに排反である。

よって，求める確率は　$\dfrac{6}{9}\times\dfrac{{}_4C_2}{{}_8C_2}+\dfrac{3}{9}\times\dfrac{{}_3C_2}{{}_8C_2}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{14}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{28}=\dfrac{1}{7}+\dfrac{1}{28}=\dfrac{5}{28}$

PART4　期待値

例題

1 個のさいころを投げ，(出る目の数 × 100)円がもらえるとする。例えば 2 の目が出た場合，$2\times100=200$ (円)がもらえる。このとき，もらえる金額の期待値を求めよ。

1 個のさいころを投げたとき，1 ～ 6 のどの目が出る確率も $\frac{1}{6}$ である。

よって，もらえる金額 X と確率は以下のようになる。

X	100	200	300	400	500	600	計
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

したがって，求める金額の期待値は

$$100\times\frac{1}{6}+200\times\frac{1}{6}+300\times\frac{1}{6}+400\times\frac{1}{6}+500\times\frac{1}{6}+600\times\frac{1}{6}=\frac{2100}{6}=350\ (\text{円})$$

練習

500 円硬貨を 3 枚同時に投げて，表が出た硬貨を全部もらえるゲームがある。

(1)　このゲームでもらえる金額の期待値を求めよ。

(2)　このゲームの参加料が 700 円のとき，このゲームに参加することは得であるといえるか。

硬貨 1 枚の表と裏が出る確率は，ともに $\frac{1}{2}$ である。

(1)　500 円硬貨を 3 枚同時に投げたとき

・表が 3 枚出る確率は　$\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

・表が 2 枚，裏が 1 枚出る確率は　${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$

・表が 1 枚，裏が 2 枚出る確率は　${}_3C_1\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$

・裏が 3 枚出る確率は　$\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

よって，もらえる金額 X と確率は以下のようになる。

X	1500	1000	500	0	計
確率	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

したがって，求める金額の期待値は

$$1500\times\frac{1}{8}+1000\times\frac{3}{8}+500\times\frac{3}{8}+0\times\frac{1}{8}=\frac{1500+3000+1500}{8}=\frac{6000}{8}=750\ (\text{円})$$

(2)　(1)より，得られる金額の期待値 750 円が，ゲームの参加料 700 円より大きいので，このゲームに参加するのは **得であるといえる**。

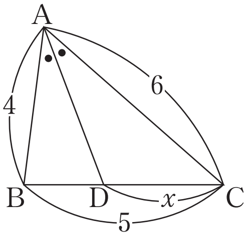
第 6 講　三角形の性質

PART1　線分の内分・外分，角の二等分線と比

例題

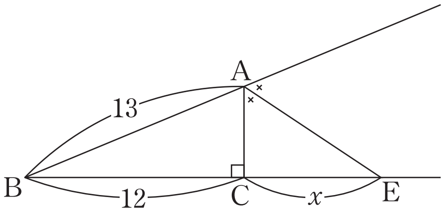
次の図において，x の値を求めよ。

(1)



AD は ∠A の二等分線

(2)



AE は ∠A の外角の二等分線

(1)　AD は ∠A の二等分線であるから

$$\mathrm{BD}:\mathrm{DC}=\mathrm{AB}:\mathrm{AC}=4:6=2:3$$

よって　$x=\dfrac{3}{3+2}\mathrm{BC}=\dfrac{3}{5}\mathrm{BC}=\dfrac{3}{5}\cdot 5=3$

(2)　三平方の定理より $\mathrm{AC}=\sqrt{13^2-12^2}=5$

AE は ∠A の外角の二等分線であるから

$$\mathrm{AB}:\mathrm{AC}=\mathrm{BE}:\mathrm{EC}=13:5$$

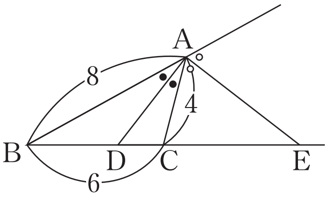
よって $13:5=(12+x):x$　　$13x=5(12+x)$　　$x=\dfrac{15}{2}$

練習

$\mathrm{AB}=8$，$\mathrm{BC}=6$，$\mathrm{CA}=4$ である △ABC において，∠A およびその外角の二等分線が直線 BC と交わる点をそれぞれ D，E とする。次の問いに答えよ。

(1)　線分 BD の長さを求めよ。

(2)　線分 DE の長さを求めよ。



(1)　AD は ∠A の二等分線であるから

$$\mathrm{BD}:\mathrm{DC}=\mathrm{AB}:\mathrm{AC}=8:4=2:1$$

よって $\mathrm{BD}=\dfrac{2}{2+1}\mathrm{BC}=\dfrac{2}{3}\mathrm{BC}=\dfrac{2}{3}\cdot 6=4$

(2)　DC $=$ BC $-$ BD $= 6-4 = 2$

AE は $\angle$A の外角の二等分線であるから

$$\mathrm{BE}:\mathrm{EC}=\mathrm{AB}:\mathrm{AC}=2:1$$

CE $= x$ とおくと

$$2:1=(x+6):x \qquad 2x=x+6 \qquad x=6$$

よって CE $= 6$

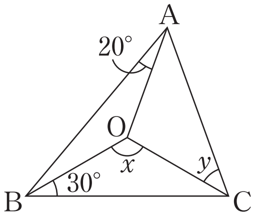
したがって　DE $=$ DC $+$ CE $= 2+6 = 8$

PART2　三角形の外心・内心・重心

例題

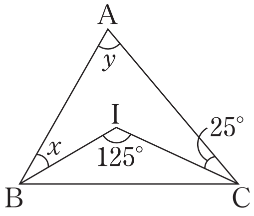
下の図において，x，y の値を求めよ。

(1)



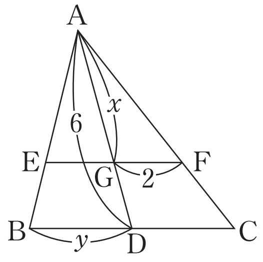
点 O は外心

(2)



点 I は内心

(3)



点 G は重心

EF // BC

(1)　$x+2\times30^\circ=180^\circ$　　$x=120^\circ$

$2\times30^\circ+2\times20^\circ+2y=180^\circ$　　$y=40^\circ$

(2)　$x+25^\circ+125^\circ=180^\circ$　　$x=30^\circ$

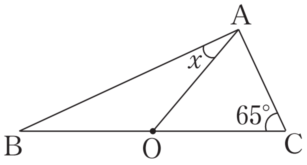
$2\times30^\circ+y+2\times25^\circ=180^\circ$　　$y=70^\circ$

(3)　$x=\dfrac{2}{2+1}\times\mathrm{AD}=\dfrac{2}{3}\mathrm{AD}=\dfrac{2}{3}\times6=4$　　BD＝DC より $2:3=2:y$　　$y=3$

練習

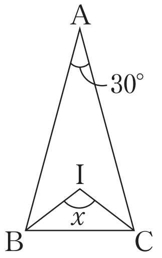
下の図において，x，y の値を求めよ。

(1)



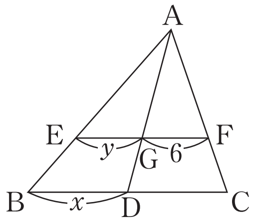
点 O は外心

(2)



点 I は内心

(3)



点 G は重心

EF // BC

(1)　$x=90^\circ-65^\circ=25^\circ$

(2)　$2\angle\mathrm{IBC}+2\angle\mathrm{ICB}+30^\circ=180^\circ$　　$2(\angle\mathrm{IBC}+\angle\mathrm{ICB})=150^\circ$　　$\angle\mathrm{IBC}+\angle\mathrm{ICB}=75^\circ$

$x+\angle\mathrm{IBC}+\angle\mathrm{ICB}=180^\circ$　　よって $x=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

(3)　$2:3=6:x$　　$2x=18$　　$x=9$

　　$2:3=y:9$　　$3y=18$　　$y=6$

PART3　三角形の辺と角，三角形の線分の比と面積比

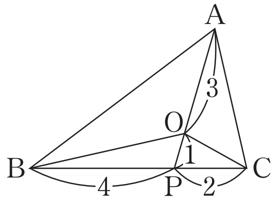
例題

(1)　右の図の △ABC において，次のものを求めよ。

(i)　△ABP：△ACP

(ii)　△OBC：△ABC

(iii)　△OAB：△OAC



(2)　3 辺の長さが x，5，7 である三角形が存在するような x の値の範囲を求めよ。

(3)　$\angle A = 60^\circ$，$\angle B = 40^\circ$ である △ABC において，3 辺 AB，BC，CA の大小を調べよ。

(1)(i)　$\dfrac{\triangle ABP}{\triangle ACP} = \dfrac{BP}{CP} = \dfrac{4}{2} = \dfrac{2}{1}$　　よって △ABP：△ACP＝2：1

(ii)　$\dfrac{\triangle OBC}{\triangle ABC} = \dfrac{OP}{AP} = \dfrac{1}{4}$　　よって △OBC：△ABC＝1：4

(iii)　$\dfrac{\triangle OAB}{\triangle OAC} = \dfrac{BP}{CP} = \dfrac{2}{1}$　　よって △OAB：△OAC＝2：1

(2)　$|5-7| < x < 5+7$　より　$2 < x < 12$

(3)　$\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$

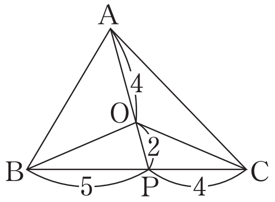
よって $\angle B < \angle A < \angle C$ より $CA < BC < AB$

練習

(1)　右の図の △ABC において，次のものを求めよ。

(i)　△OBC：△ABC

(ii)　△OAB：△OAC



(2)　3 辺の長さが x，$x+1$，$x+3$ である三角形が存在するような x の値の範囲を求めよ。

(3)　AB＝3，BC＝6，$\angle B = 110^\circ$ である △ABC において，3 つの角 ∠A，∠B，∠C の大小を調べよ。

(1)(i)　$\dfrac{\triangle OBC}{\triangle ABC} = \dfrac{OP}{AP} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$　　よって △OBC：△ABC＝1：3

(ii)　$\dfrac{\triangle OAB}{\triangle OAC} = \dfrac{BP}{CP} = \dfrac{5}{4}$　　よって △OAB：△OAC＝5：4

(2)　$|x-(x+1)|<x+3<x+(x+1)$ より $1<x+3<2x+1$

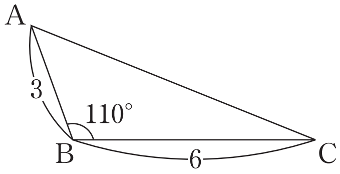
$1<x+3$ より $x>-2$　　　$x+3<2x+1$ より $x>2$

よって，求める範囲は $x>2$

(3)　$\angle$B が鈍角より，$\angle$A，$\angle$C は鋭角。よって，$\angle$B が最大角である。

また，AB < BC より $\angle$C < $\angle$A

したがって $\angle$C < $\angle$A < $\angle$B



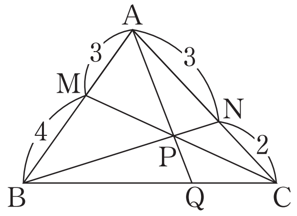
PART4　チェバの定理，メネラウスの定理

例題

右の図において，次の問いに答えよ。

(1)　BQ：QC を求めよ。

(2)　CP：PM，BP：PN を求めよ。



(1)　チェバの定理より $\dfrac{AM}{MB}\cdot\dfrac{BQ}{QC}\cdot\dfrac{CN}{NA}=1$　すなわち $\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{BQ}{QC}\cdot\dfrac{2}{3}=1$

よって $\dfrac{BQ}{QC}=\dfrac{2}{1}$ より BQ：QC＝2：1

(2)　メネラウスの定理より $\dfrac{AB}{BM}\cdot\dfrac{MP}{PC}\cdot\dfrac{CN}{NA}=1$　すなわち $\dfrac{7}{4}\cdot\dfrac{MP}{PC}\cdot\dfrac{2}{3}=1$

よって $\dfrac{MP}{PC}=\dfrac{6}{7}$ より CP：PM＝7：6

メネラウスの定理より $\dfrac{AC}{CN}\cdot\dfrac{NP}{PB}\cdot\dfrac{BM}{MA}=1$　すなわち $\dfrac{5}{2}\cdot\dfrac{NP}{PB}\cdot\dfrac{4}{3}=1$

よって $\dfrac{NP}{PB}=\dfrac{3}{10}$ より BP：PN＝10：3

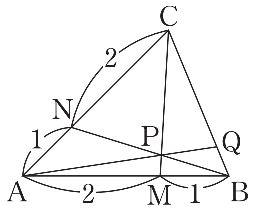
練習

右の図において，次の問いに答えよ。

(1)　BQ：QC を求めよ。

(2)　BP：PN，CP：PM を求めよ。

(3)　QP：PA を求めよ。



(1)　チェバの定理より $\dfrac{AM}{MB}\cdot\dfrac{BQ}{QC}\cdot\dfrac{CN}{NA}=1$　すなわち $\dfrac{2}{1}\cdot\dfrac{BQ}{QC}\cdot\dfrac{2}{1}=1$

よって $\dfrac{BQ}{QC}=\dfrac{1}{4}$ より BQ：QC＝1：4

(2)　メネラウスの定理より $\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CN}}\cdot\dfrac{\mathrm{NP}}{\mathrm{PB}}\cdot\dfrac{\mathrm{BM}}{\mathrm{MA}}=1$　すなわち $\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\mathrm{NP}}{\mathrm{PB}}\cdot\dfrac{1}{2}=1$

よって $\dfrac{\mathrm{NP}}{\mathrm{PB}}=\dfrac{4}{3}$ より $\mathrm{BP}:\mathrm{PN}=3:4$

メネラウスの定理より $\dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BM}}\cdot\dfrac{\mathrm{MP}}{\mathrm{PC}}\cdot\dfrac{\mathrm{CN}}{\mathrm{NA}}=1$　すなわち $\dfrac{3}{1}\cdot\dfrac{\mathrm{MP}}{\mathrm{PC}}\cdot\dfrac{2}{1}=1$

よって $\dfrac{\mathrm{MP}}{\mathrm{PC}}=\dfrac{1}{6}$ より $\mathrm{CP}:\mathrm{PM}=6:1$

(3)　メネラウスの定理より $\dfrac{\mathrm{CB}}{\mathrm{BQ}}\cdot\dfrac{\mathrm{QP}}{\mathrm{PA}}\cdot\dfrac{\mathrm{AN}}{\mathrm{NC}}=1$　すなわち $\dfrac{5}{1}\cdot\dfrac{\mathrm{QP}}{\mathrm{PA}}\cdot\dfrac{1}{2}=1$

よって $\dfrac{\mathrm{QP}}{\mathrm{PA}}=\dfrac{2}{5}$ より $\mathrm{QP}:\mathrm{PA}=2:5$

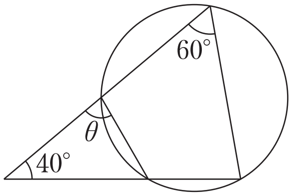
第 7 講　円の性質

PART1　円に内接する四角形

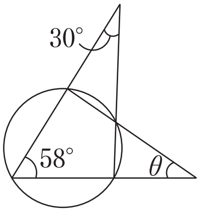
例題

(1)　次の図において，角 θ の大きさを求めよ。

(i)

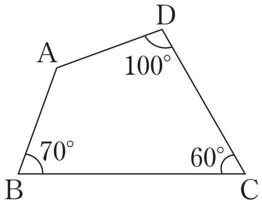


(ii)

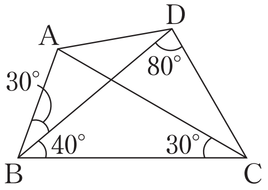


(2)　次の四角形 ABCD のうち，円に内接するものを選べ。

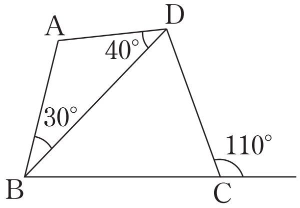
①



②



③



(1)(i)　$\theta = 180° - (40° + 60°) = 80°$

(ii)　$\theta = 180° - (58° + 58° + 30°) = 34°$

(2)　①について　$\angle B + \angle D = 70° + 100° = 170° \neq 180°$

よって，四角形 ABCD は円に内接しない。

②について　$\angle ACD = 180° - (80° + 40° + 30°) = 30°$

よって，2 点 B，C が直線 AD に関して同じ側にあり，$\angle ABD = \angle ACD$ であるから

四角形 ABCD は円に内接する。

③について　$\angle A = 180° - (30° + 40°) = 110°$

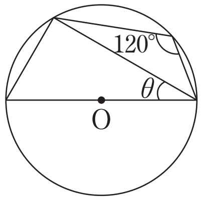
よって，$\angle A$ の大きさが頂点 C における外角の大きさと等しいので，四角形 ABCD は円に内接する。

以上より，円に内接するのは②，③

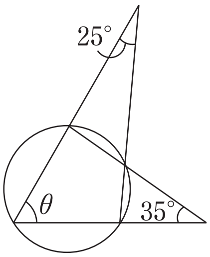
練習

(1)　次の図において，角 θ の大きさを求めよ。

(i)

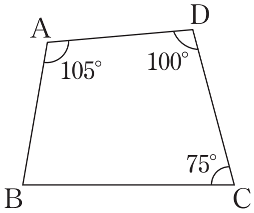


(ii)

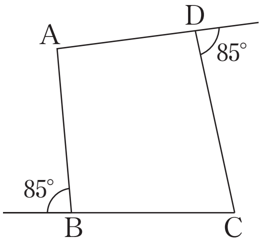


(2)　次の四角形 ABCD のうち，円に内接するものを選べ。

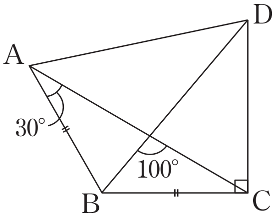
①



②



③



(1)(i)　$\theta = 180° - (60° + 90°) = 30°$

(ii)　$\theta + \theta + 35° + 25° = 180°$　　$\theta = 60°$

(2)　①について　$\angle A + \angle C = 105° + 75° = 180°$

よって，四角形 ABCD は円に内接する。

②について　$\angle ABC = 180° - 85° = 95°$

$\angle ABC$ の大きさが頂点 D における外角の大きさと等しくないので，四角形 ABCD は円に内接しない。

③について　$\angle ABD = 100° - 30° = 70°$，$\angle ACD = 90° - 30° = 60°$

よって，2 点 B，C が直線 AD に関して同じ側にあり，$\angle ABD \neq \angle ACD$ であるから

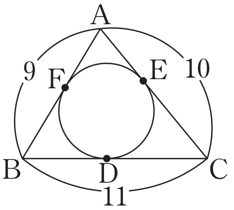
四角形 ABCD は円に内接しない。

以上より，円に内接するのは①

PART2　円と接線

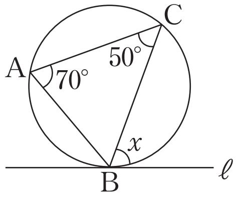
例題

(1)　右図のように，円が △ABC の各辺に接していて D，E，F は接点である。AB = 9，BC = 11，CA = 10 のとき，BD の長さを求めよ。



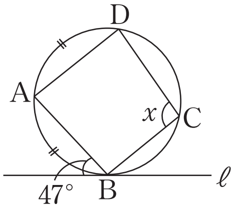
(2)　下の図において，x を求めよ。ただし，直線 ℓ，m は円の接線である。

(i)



点 B は円の接点

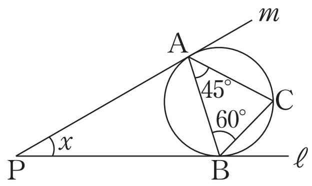
(ii)



点 B は円の接点

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = \overset{\frown}{\mathrm{AD}}$

(iii)



点 A，B は円の接点

(1)　BD = BF = x とおくと　AF = AE = $9-x$，CD = CE = $11-x$

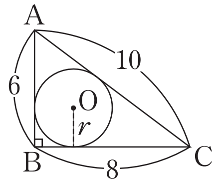
AE + CE = AC より $(9-x)+(11-x)=10$　　$x=5$　　よって BD = 5

(2)(i)　$x=70°$　　(ii)　$x = \angle \mathrm{ACB} + \angle \mathrm{ACD} = 47° + 47° = 94°$

(iii)　$\angle \mathrm{ACB} = 180° - (45° + 60°) = 75°$ より $x = 180° - (75° + 75°) = 30°$

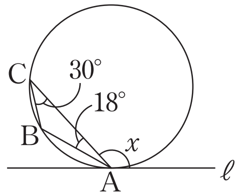
練習

(1)　右図において，円 O は △ABC の内接円であり，
$AB=6$，$BC=8$，$CA=10$，$\angle B=90^\circ$ である。
円 O の半径 r を求めよ。



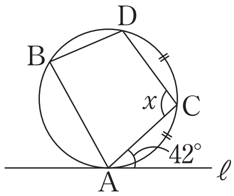
(2)　下の図において，x を求めよ。ただし，直線 ℓ，m は円の接線である。

(i)



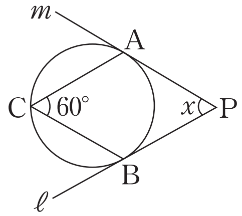
点 A は円の接点

(ii)

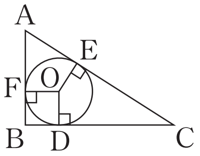


点 A は円の接点
$\overset{\frown}{CA}=\overset{\frown}{CD}$

(iii)



点 A，B は円の接点



(1)　辺 BC，CA，AB と円 O の接点をそれぞれ D，E，F とする。
$OF\perp AB$，$OD\perp BC$，$OF=OD=r$ より，四角形 OFBD は正方形である。
よって $BF=BD=r$
このとき $AE=AF=6-r$，$CE=CD=8-r$
$AE+CE=AC$ より $(6-r)+(8-r)=10$　　よって $r=2$

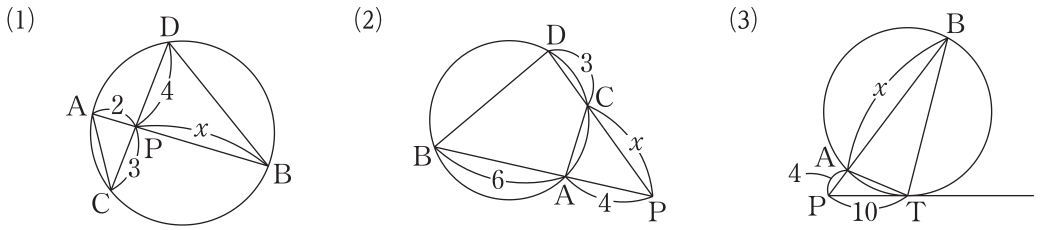
(2)(i)　$x=180^\circ-(30^\circ+18^\circ)=132^\circ$　　(ii)　$x=180^\circ-(\angle ABC+\angle DBC)=180^\circ-(42^\circ+42^\circ)=96^\circ$

(iii)　$x=180^\circ-(\angle ABP+\angle BAP)=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ$

PART3　方べきの定理

例題

次の図において，x を求めよ。ただし，点 T は接点とする。



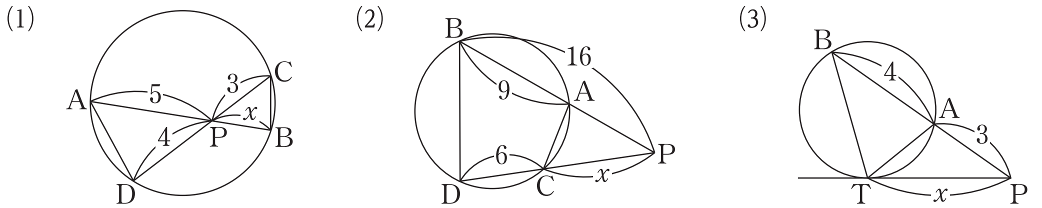
(1)　$2 \cdot x = 3 \cdot 4$　　$x = 6$

(2)　$x \cdot (x+3) = 4 \cdot 10$　　$x^2 + 3x - 40 = 0$　　$(x+8)(x-5) = 0$　　$x > 0$ より $x = 5$

(3)　$4(4+x) = 10^2$　　$4x = 84$　　$x = 21$

練習

次の図において，x を求めよ。ただし，点 T は接点とする。



(1)　$5 \cdot x = 3 \cdot 4$　　$x = \dfrac{12}{5}$

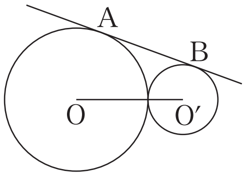
(2)　$7 \cdot 16 = x \cdot (x+6)$　　$x^2 + 6x - 112 = 0$　　$(x+14)(x-8) = 0$　　$x > 0$ より $x = 8$

(3)　$3 \cdot 7 = x^2$　　$x^2 = 21$　　$x > 0$ より $x = \sqrt{21}$

PART4　２つの円，作図

例題

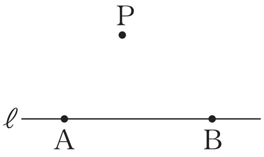
(1)　右の図で，直線 AB は２つの円 O，O′ の共通接線で，A，B は接点である。また，２つの円 O，O′ は接している。円 O の半径を 4，円 O′ の半径を 2 とするとき，線分 AB の長さを求めよ。



(2)　右の図のように，直線 ℓ 上に２点 A，B があり，直線 ℓ 上にない点 P がある。次の(i)，(ii)のそれぞれの方法で，P を通り，ℓ に平行な直線を作図せよ。

(i)　線分 AP をひし形の１辺と考える。

(ii)　線分 AB，AP を平行四辺形の隣接する２辺と考える。

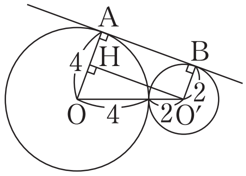


(1)　２円 O，O′ は外接しているから OO′ $=4+2=6$

O′ から OA に垂線 O′H を下ろすと　OH $=4-2=2$

よって三平方の定理より

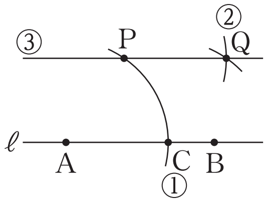
$\mathrm{O'H}=\sqrt{6^2-2^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$　　したがって $\mathrm{AB}=4\sqrt{2}$



(2)(i)　① 点 A を中心とする半径 AP の円をかき，直線 ℓ との交点を C とする。

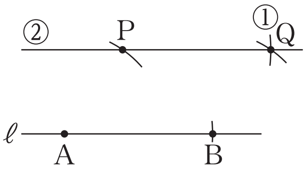
② ２点 P，C をそれぞれ中心とする半径 AP の円をかき，その交点を Q とする。

③ 直線 PQ を引く。



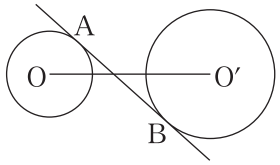
(ii)　① 点 B を中心とする半径 AP の円と，点 P を中心とする半径 AB の円をかき，その交点を Q とする。

② 直線 PQ を引く。

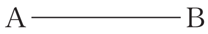


練習

(1)　右の図で，直線 AB は２つの円 O，O′ の共通接線で，A，B は接点である。円 O の半径を２，円 O′ の半径を３，中心間の距離 OO′ を10とするとき，線分 AB の長さを求めよ。



(2)　平行線と線分の比を用いて，線分 AB を１：２に内分する点を作図によって求めよ。

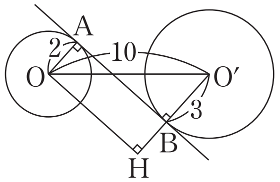


(1)　O から直線 O′B に垂線 OH を下ろすと $O'H=3+2=5$

よって 三平方の定理より

$$OH=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$$

したがって $AB=5\sqrt{3}$

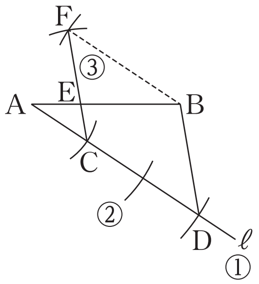


(2)　① 点 A を通り，直線 AB と異なる直線 ℓ を引く。

② ℓ 上に AC：CD＝１：２となるような点 C，D をこの順にとる。

③ 点 C を通り直線 BD に平行な直線 CF を引き，CF と AB の交点を E とする。

点 E が求める点である。



第 8 講　約数と倍数

PART1　約数と倍数

例題

(1)　ある自然数 N が 4 の倍数になるのは，下 2 桁が 4 の倍数のときである。これを，4 桁の自然数 N について証明せよ。

(2)　5 桁の自然数 3152□が 3 の倍数かつ 4 の倍数であるとき，□に入る数を求めよ。

(1)　$N=1000a+100b+10c+d$ とおく。

$N=100(10a+b)+10c+d$

$100=4\cdot25$ より，$100(10a+b)$ は 4 の倍数であるから，N が 4 の倍数になるのは，$10c+d$，すなわち下 2 桁が 4 の倍数のときである。

(2)　$3+1+5+2+□=11+□$ より，3152□が 3 の倍数となるのは $□=1$，4，7 のとき

また，3152□が 4 の倍数となるのは，下 2 桁が 4 の倍数のときである。

したがって，求める数は 4

練習

(1)　ある自然数 N が 8 の倍数になるのは，下 3 桁が 8 の倍数のときである。これを，5 桁の自然数 N について証明せよ。

(2)　5 桁の自然数 5778□が 5 の倍数かつ 9 の倍数であるとき，□に入る数を求めよ。

(1)　$N=10000a+1000b+100c+10d+e$ とおく。

$N=1000(10a+b)+100c+10d+e$

$1000=8\cdot125$ より，$1000(10a+b)$ は 8 の倍数であるから，N が 8 の倍数になるのは，$100c+10d+e$，すなわち下 3 桁が 8 の倍数のときである。

(2)　5778□が 5 の倍数となるのは $□=0$，5 のとき

$□=0$ のとき　$5+7+7+8+□=27+0=27$　　これは 9 の倍数である

$□=5$ のとき　$5+7+7+8+□=27+5=32$　　これは 9 の倍数ではない

したがって，求める数は 0

PART2　素因数分解と約数

例題

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

(i)　$\sqrt{312n}$　　(ii)　$\sqrt{\dfrac{504}{n}}$

(2)　24 の正の約数の個数と総和を求めよ。

(1)(i)　$\sqrt{312n}$ が自然数になるのは，$312n$ が平方数のときである。

$312=2^3\cdot3\cdot13$ より，求める最小の自然数は $n=2\cdot3\cdot13=78$

(ii)　$\sqrt{\dfrac{504}{n}}$ が自然数になるのは，$\dfrac{504}{n}$ が平方数のときである。

$504=2^3\cdot3^2\cdot7$ より，求める最小の自然数は $n=2\cdot7=14$

(2)　$24=2^3\cdot3$ より，正の約数の個数は $(3+1)(1+1)=4\cdot2=8$（個）

正の約数の総和は $(1+2+2^2+2^3)(1+3)=15\cdot4=60$

練習

(1)　次の数が自然数になるような最小の自然数 n を求めよ。

(i)　$\sqrt{2520n}$　　(ii)　$\sqrt{\dfrac{1188}{n}}$

(2)　1350 の正の約数の個数と総和を求めよ。

(1)(i)　$\sqrt{2520n}$ が自然数になるのは，$2520n$ が平方数のときである。

$2520=2^3\cdot3^2\cdot5\cdot7$ より，求める最小の自然数は $n=2\cdot5\cdot7=70$

(ii)　$\sqrt{\dfrac{1188}{n}}$ が自然数になるのは，$\dfrac{1188}{n}$ が平方数のときである。

$1188=2^2\cdot3^3\cdot11$ より，求める最小の自然数は $n=3\cdot11=33$

(2)　$1350=2\cdot3^3\cdot5^2$ より，正の約数の個数は $(1+1)(3+1)(2+1)=2\cdot4\cdot3=24$（個）

正の約数の総和は $(1+2)(1+3+3^2+3^3)(1+5+5^2)=3\cdot40\cdot31=3720$

PART3　最大公約数と最小公倍数

例題

(1)　36，234 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

(2)　n は自然数とする。$n+7$ は 5 の倍数，$n+5$ は 7 の倍数であるとき，$n+12$ は 35 の倍数であることを証明せよ。

(1)　$36=2^2\cdot3^2$，$234=2\cdot3^2\cdot13$

よって，最大公約数は $2\cdot3^2=18$，最小公倍数は $2^2\cdot3^2\cdot13=468$

(2)　$n+7$ は 5 の倍数，$n+5$ は 7 の倍数であるから

$$n+7=5k,\ n+5=7l\ (k,\ l \text{ は自然数})$$

と表される。

$$n+12=(n+7)+5=5k+5=5(k+1)$$

$$n+12=(n+5)+7=7l+7=7(l+1)$$

よって　$5(k+1)=7(l+1)$

5 と 7 は互いに素であるから，$k+1$ は 7 の倍数である。

よって，$k+1=7m$ (m は自然数) と表される。

したがって，$n+12=5(k+1)=5\cdot7m=35m$ より，$n+12$ は 35 の倍数である。

練習

(1)　84，126，630 の最大公約数と最小公倍数を求めよ。

(2)　n は自然数とする。$n+5$ は 3 の倍数，$n+6$ は 5 の倍数であるとき，$n+11$ は 15 の倍数であることを証明せよ。

(1)　$84=2^2\cdot3\cdot7$，$126=2\cdot3^2\cdot7$，$630=2\cdot3^2\cdot5\cdot7$

よって，最大公約数は $2\cdot3\cdot7=42$，最小公倍数は $2^2\cdot3^2\cdot5\cdot7=1260$

(2)　$n+5$ は 3 の倍数，$n+6$ は 5 の倍数であるから

$$n+5=3k,\ n+6=5l\ (k,\ l \text{ は自然数})$$

と表される。

$$n+11=(n+5)+6=3k+6=3(k+2)$$

$$n+11=(n+6)+5=5l+5=5(l+1)$$

よって　$3(k+2)=5(l+1)$

3 と 5 は互いに素であるから，$k+2$ は 5 の倍数である。

よって，$k+2=5m$（m は自然数）と表される。

したがって，$n+11=3(k+2)=3\cdot5m=15m$ より，$n+11$ は 15 の倍数である。

PART4　余りによる分類

例題

(1)　2 つの整数 a，b を 8 で割ったときの余りをそれぞれ 3，6 とする。このとき，次の数を 8 で割ったときの余りを求めよ。

(i)　$a+b$　　(ii)　$a-b$　　(iii)　ab

(2)　n が整数のとき，n^2+4 は 3 で割り切れないことを証明せよ。

(1)　整数 a，b は，整数 k，l を用いて次のように表すことができる。

$$a=8k+3,\quad b=8l+6$$

(i)　$a+b=(8k+3)+(8l+6)=8(k+l)+9=8(k+l+1)+1$

よって，求める余りは 1

(ii)　$a-b=(8k+3)-(8l+6)=8(k-l)-3=8(k-l)-8+5=8(k-l-1)+5$

よって，求める余りは 5

(iii)　$ab=(8k+3)(8l+6)=8^2kl+8\cdot6k+8\cdot3l+18=8(8kl+6k+3l+2)+2$

よって，求める余りは 2

(2)　すべての整数 n は $3k$，$3k+1$，$3k+2$（k は整数）のいずれかで表される。

$n=3k$ のとき

$$n^2+4=(3k)^2+4=3(3k^2+1)+1$$

$n=3k+1$ のとき

$$n^2+4=(3k+1)^2+4=9k^2+6k+5=3(3k^2+2k+1)+2$$

$n=3k+2$ のとき

$$n^2+4=(3k+2)^2+4=9k^2+12k+8=3(3k^2+4k+2)+2$$

よって，n^2+4 を 3 で割った余りは 1 か 2 である。

したがって，n^2+4 は 3 で割り切れない。

練習

(1)　2 つの整数 a，b を 5 で割ったときの余りをそれぞれ 2，3 とする。このとき，次の数を 5 で割ったときの余りを求めよ。

(i)　$a+b$　　(ii)　$a-2b$　　(iii)　a^2+b^2

(2)　n が整数のとき，n^2+1 を 4 で割った余りは 1 か 2 であることを証明せよ。

(1)　整数 a，b は，整数 k，l を用いて次のように表すことができる。

$$a=5k+2,\quad b=5l+3$$

(i)　$a+b=(5k+2)+(5l+3)=5(k+l+1)$

よって，求める余りは 0

(ii)　$a-2b=(5k+2)-2(5l+3)=5(k-2l)-4=5(k-2l)-5+1=5(k-2l-1)+1$

よって，求める余りは 1

(iii)　$a^2+b^2=(5k+2)^2+(5l+3)^2=25k^2+20k+25l^2+30l+13$

$$=5(5k^2+4k+5l^2+6l+2)+3$$

よって，求める余りは 3

(2)　すべての整数 n は $4k$，$4k+1$，$4k+2$，$4k+3$ (k は整数)のいずれかで表される。

$n=4k$ のとき

$$n^2+1=(4k)^2+1=16k^2+1=4\cdot 4k^2+1$$

$n=4k+1$ のとき

$$n^2+1=(4k+1)^2+1=16k^2+8k+2=4(4k^2+2k)+2$$

$n=4k+2$ のとき

$$n^2+1=(4k+2)^2+1=16k^2+16k+5=4(4k^2+4k+1)+1$$

$n=4k+3$ のとき

$$n^2+1=(4k+3)^2+1=16k^2+24k+10=4(4k^2+6k+2)+2$$

よって，n^2+1 を 4 で割った余りは 1 か 2 である。

第 9 講　ユークリッドの互除法，整数の性質の活用

PART1　ユークリッドの互除法

例題

次の 2 つの自然数の最大公約数を，ユークリッドの互除法を用いて求めよ。

(1)　930，18　　(2)　1207，994

(1)　$930 = 18 \cdot 51 + 12$

$18 = 12 \cdot 1 + 6$

$12 = 6 \cdot 2 + 0$

よって，930 と 18 の最大公約数は 6

(2)　$1207 = 994 \cdot 1 + 213$

$994 = 213 \cdot 4 + 142$

$213 = 142 \cdot 1 + 71$

$142 = 71 \cdot 2 + 0$

よって，1207 と 994 の最大公約数は 71

練習

次の 2 つの自然数の最大公約数を，ユークリッドの互除法を用いて求めよ。

(1)　697，119　　(2)　1273，469

(1)　$697 = 119 \cdot 5 + 102$

$119 = 102 \cdot 1 + 17$

$102 = 17 \cdot 6 + 0$

よって，697 と 119 の最大公約数は 17

(2)　$1273 = 469 \cdot 2 + 335$

$469 = 335 \cdot 1 + 134$

$335 = 134 \cdot 2 + 67$

$134 = 67 \cdot 2 + 0$

よって，1273 と 469 の最大公約数は 67

PART2　1 次不定方程式

例題

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

(1)　$5x-2y=1$　　　(2)　$3x+4y=1$

(1)　$5x-2y=1$ …… ①

この方程式の整数解の 1 つは $x=1$，$y=2$

よって $5\cdot1-2\cdot2=1$ …… ②

①－②より $5(x-1)-2(y-2)=0$　つまり　$5(x-1)=2(y-2)$ …… ③

5 と 2 は互いに素より，$x-1$ は 2 の倍数である。

よって，$x-1=2k$（k は整数）と表される。

このとき，③より $5\cdot2k=2(y-2)$　　$5k=y-2$

したがって，求める整数解は $x=2k+1$，$y=5k+2$（k は整数）

(2)　$3x+4y=1$ …… ①

この方程式の整数解の 1 つは $x=3$，$y=-2$

よって $3\cdot3+4\cdot(-2)=1$ …… ②

①－②より $3(x-3)+4(y+2)=0$　つまり　$3(x-3)=-4(y+2)$ …… ③

3 と 4 は互いに素より，$x-3$ は 4 の倍数である。

よって，$x-3=4k$（k は整数）と表される。

このとき，③より $3\cdot4k=-4(y+2)$　　$-3k=y+2$

したがって，求める整数解は $x=4k+3$，$y=-3k-2$（k は整数）

練習

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

(1)　$11x-8y=1$　　　(2)　$5x+13y=1$

(1)　$11x-8y=1$ …… ①

この方程式の整数解の 1 つは $x=3$，$y=4$

よって $11\cdot3-8\cdot4=1$ …… ②

①－②より $11(x-3)-8(y-4)=0$　つまり　$11(x-3)=8(y-4)$ …… ③

11 と 8 は互いに素より，$x-3$ は 8 の倍数である。

よって，$x-3=8k$（k は整数）と表される。

このとき，③より $11\cdot 8k=8(y-4)$　　$11k=y-4$

したがって，求める整数解は $x=8k+3$，$y=11k+4$（k は整数）

(2)　$5x+13y=1$ …… ①

この方程式の整数解の 1 つは $x=-5$，$y=2$

よって $5\cdot(-5)+13\cdot 2=1$ …… ②

①－②より $5(x+5)+13(y-2)=0$　つまり　$5(x+5)=-13(y-2)$ …… ③

5 と 13 は互いに素より，$x+5$ は 13 の倍数である。

よって，$x+5=13k$（k は整数）と表される。

このとき，③より $5\cdot 13k=-13(y-2)$　　$-5k=y-2$

したがって，求める整数解は $x=13k-5$，$y=-5k+2$（k は整数）

PART3　1 次不定方程式とユークリッドの互除法

例題

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

$35x-46y=1$

$35x-46y=1$ …… ①

46 と 35 に互除法を用いると

$46=35\cdot1+11$　より　$11=46-35\cdot1$ …… ②

$35=11\cdot3+2$　より　$2=35-11\cdot3$ …… ③

$11=2\cdot5+1$　より　$1=11-2\cdot5$ …… ④

④に③を代入して整理し，さらに②を代入して整理すると

$$\begin{aligned}1&=11-2\cdot5\\&=11-(35-11\cdot3)\cdot5=11-35\cdot5+11\cdot15\\&=11\cdot16-35\cdot5\\&=(46-35\cdot1)\cdot16-35\cdot5=46\cdot16-35\cdot16-35\cdot5\\&=35\cdot(-21)-46\cdot(-16)\end{aligned}$$

よって，$35\cdot(-21)-46\cdot(-16)=1$ …… ⑤

①－⑤より $35(x+21)-46(y+16)=0$　つまり　$35(x+21)=46(y+16)$ …… ⑥

35 と 46 は互いに素より，$x+21$ は 46 の倍数である。

よって，$x+21=46k$ (k は整数) と表される。

このとき，⑥より $35\cdot46k=46(y+16)$　　$35k=y+16$

したがって，求める整数解は $x=46k-21$，$y=35k-16$ (k は整数)

練習

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

$95x+28y=1$

$95x+28y=1$ …… ①

95 と 28 に互除法を用いると

$95=28\cdot3+11$ より $11=95-28\cdot3$

$28=11\cdot2+6$ より $6=28-11\cdot2$

$11=6\cdot1+5$ より $5=11-6\cdot1$

$6=5\cdot1+1$ より $1=6-5\cdot1$

よって $1=6-5\cdot1$

$=6-(11-6\cdot1)\cdot1=6-11\cdot1+6\cdot1$

$=6\cdot2-11\cdot1$

$=(28-11\cdot2)\cdot2-11\cdot1=28\cdot2-11\cdot4-11\cdot1$

$=28\cdot2-11\cdot5$

$=28\cdot2-(95-28\cdot3)\cdot5=28\cdot2-95\cdot5+28\cdot15$

$=95\cdot(-5)+28\cdot17$ より　$95\cdot(-5)+28\cdot17=1$ …… ②

①－②より $95(x+5)+28(y-17)=0$　つまり　$95(x+5)=-28(y-17)$ …… ③

95 と 28 は互いに素より，$x+5$ は 28 の倍数である。

よって，$x+5=28k$（k は整数）と表される。

このとき，③より $95\cdot28k=-28(y-17)$　　$-95k=y-17$

したがって，求める整数解は $x=28k-5$，$y=-95k+17$（k は整数）

PART4　整数の性質の活用

例題

(1)　次の数を 10 進法で表せ。

(i)　$110110_{(2)}$　　　(ii)　$0.101_{(2)}$

(2)　10 進数 77 を 2 進法で表せ。

(1)(i)　$110110_{(2)}=1\cdot2^5+1\cdot2^4+0\cdot2^3+1\cdot2^2+1\cdot2+0\cdot1=32+16+4+2=54$

(ii)　$0.101_{(2)}=1\cdot\dfrac{1}{2}+0\cdot\dfrac{1}{2^2}+1\cdot\dfrac{1}{2^3}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{8}=\dfrac{5}{8}=0.625$

(2)　77 を 2 で割ると商は 38 で余りは 1 ……①

38 を 2 で割ると商は 19 で余りは 0 ……②

19 を 2 で割ると商は 9 で余りは 1 ……③

9 を 2 で割ると商は 4 で余りは 1 ……④

4 を 2 で割ると商は 2 で余りは 0 ……⑤

2 を 2 で割ると商は 1 で余りは 0 ……⑥

1 を 2 で割ると商は 0 で余りは 1 ……⑦

①～⑦の余りを⑦から①まで逆順に並べて $1001101_{(2)}$

	余り	
2) 77		
2) 38	1	①
2) 19	0	②
2) 9	1	③
2) 4	1	④
2) 2	0	⑤
2) 1	0	⑥
0	1	⑦

練習

(1)　次の数を 10 進法で表せ。

(i)　$21012_{(3)}$　　　(ii)　$0.321_{(4)}$

(2)　10 進数 1110 を 5 進法で表せ。

(1)(i)　$21012_{(3)}=2\cdot3^4+1\cdot3^3+0\cdot3^2+1\cdot3+2\cdot1=162+27+3+2=194$

(ii)　$0.321_{(4)}=3\cdot\dfrac{1}{4}+2\cdot\dfrac{1}{4^2}+1\cdot\dfrac{1}{4^3}=\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{16}+\dfrac{1}{64}=\dfrac{57}{64}=0.890625$

(2)　1110 を 5 で割ると商は 222 で余りは 0 ……①

222 を 5 で割ると商は 44 で余りは 2 ……②

44 を 5 で割ると商は 8 で余りは 4 ……③

8 を 5 で割ると商は 1 で余りは 3 ……④

1 を 5 で割ると商は 0 で余りは 1 ……⑤

	余り	
5) 1110		
5) 222	0	①
5) 44	2	②
5) 8	4	③
5) 1	3	④
0	1	⑤

①～⑤の余りを⑤から①まで逆順に並べて $13420_{(5)}$

第1講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] アイ：33，ウエ：14

[解説]

1から100までの整数全体の集合をUとし，Uの部分集合のうち，3の倍数全体の集合をA，7の倍数全体の集合をBとする。

$A=\{3\cdot1,\ 3\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 3\cdot33\}$　より　$n(A)=\mathbf{33}$(個)

$B=\{7\cdot1,\ 7\cdot2,\ \cdots\cdots,\ 7\cdot14\}$　より　$n(B)=\mathbf{14}$(個)

[A] [B]

[A]　1からnまでの整数のうち，kの倍数の個数は，nをkで割った商となる。

[B]　集合Aの要素の個数を$n(A)$と表す。

2

[正解] オカ：43

[解説]

3の倍数または7の倍数全体の集合は　$A\cup B$，3の倍数かつ7の倍数全体の集合は　$A\cap B$で表される。

[C]

$n(A)=33$，$n(B)=14$ であり，3の倍数かつ7の倍数，すなわち21の倍数全体の集合は，

$$A\cap B=\{21\cdot1,\ 21\cdot2,\ 21\cdot3,\ 21\cdot4\}$$

より，$n(A\cap B)=4$

したがって

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$ [D]

$$=33+14-4=\mathbf{43}\text{(個)}$$

[C]　1から100までの整数全体の集合をUとし，Uの部分集合のうち，3の倍数全体の集合をA，7の倍数全体の集合をBとする。

[D]　和集合の要素の個数について
$n(A\cup B)$
$=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

3　**[正解]** キク：10

[解説]

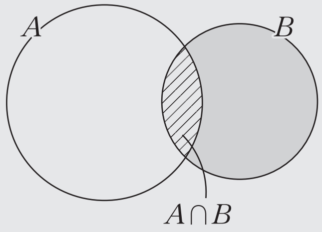
7の倍数であるが，3の倍数でない数全体の集合は $\overline{A}\cap B$ で表される。$n(B)=14$，$n(A\cap B)=4$ より，

[E]

$$n(\overline{A}\cap B)=n(B)-n(A\cap B) \quad \text{[F]}$$
$$=14-4=\mathbf{10}\ (\text{個})$$

[E]　1から100までの整数全体の集合を U とし，U の部分集合のうち，3の倍数全体の集合を A，7の倍数全体の集合を B とする。

[F]　集合 A，B について
$n(\overline{A}\cap B)=n(B)-n(A\cap B)$



4　**[正解]** ケコ：96

[解説]

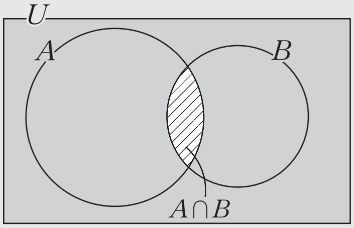
3の倍数ではないかまたは7の倍数ではない数全体の集合は　$\overline{A}\cup\overline{B}$ で表される。$n(A\cap B)=4$ より，

[G]

$$n(\overline{A}\cup\overline{B})=n(\overline{A\cap B}) \quad \text{[H]}$$
$$=n(U)-n(A\cap B)$$
$$=100-4=\mathbf{96}\ (\text{個})$$

[G]　1から100までの整数全体の集合を U とし，U の部分集合のうち，3の倍数全体の集合を A，7の倍数全体の集合を B とする。

[H]　ド・モルガンの法則
$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$
$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$
集合 A，B について
$n(\overline{A\cap B})=n(U)-n(A\cap B)$



第 1 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] アイ：19

[解説]

a，a，a，b，b，c の 6 個の文字から 3 個選んで 1 列に並べるすべての場合を樹形図で表すと下図。[A]

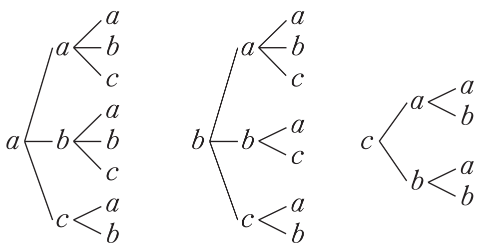
この樹形図によって，a，a，a，b，b，c の 6 個の文字から 3 個選んで 1 列に並べる方法は

aaa，aab，aac，aba，abb，abc，aca，acb，

baa，bab，bac，bba，bbc，bca，bcb，

caa，cab，cba，cbb

の 19 通り



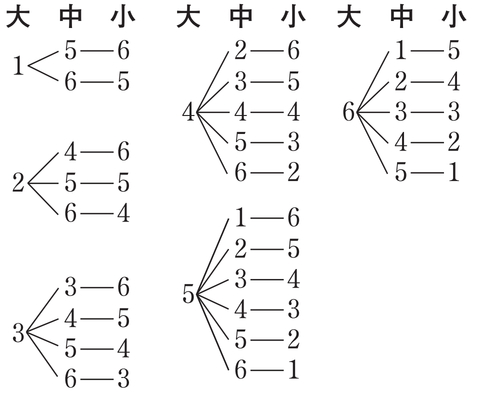
> [A]　樹形図
> 起こりうる場合を枝分かれした図で表したもの。
> 起こりうるすべての場合の数を，もれなく，重複なく数え上げるために，樹形図で表す。

2 [正解] ウエ：25

[解説]

目の和が 12 になるすべての場合を樹形図で表すと下図。[B]

よって　**25 通り**



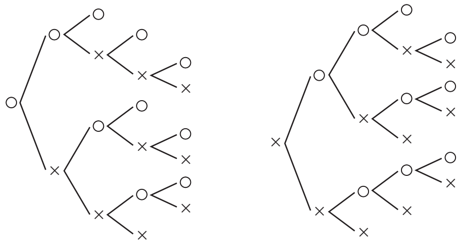
[B]　樹形図
起こりうるすべての場合の数を，もれなく，重複なく数え上げるために，樹形図で表す。

3 [正解] オカ：20

[解説]

表が出ることを○，裏が出ることを×で表し，終了するまでのコインの表裏のすべての場合を樹形図で表すと下図。[C]

よって　**20 通り**



[C]　樹形図
起こりうるすべての場合の数を，もれなく，重複なく数え上げるために，樹形図で表す。

第 1 講　PART3　確認問題 解答

1　**[正解]** ア：9

[解説]

2 回のさいころの目を

(1 回目の目，2 回目の目) で表す。

目の和が 4 の倍数となるのは，目の和が 4 または 8 または 12 になる場合である。

(i)　目の和が 4 になるのは　(1，3)，(2，2)，(3，1) の 3 通り

(ii)　目の和が 8 になるのは　(2，6)，(3，5)，(4，4)，(5，3)，(6，2) の 5 通り

(iii)　目の和が 12 になるのは　(6，6) の 1 通り

(i)，(ii)，(iii)は同時には起こらない。

したがって，求める場合の数は

3＋5＋1＝9 (通り)　[A]

[A]　和の法則

2 つの事柄 A と B が同時には起こらず，A の起こり方が a 通り，B の起こり方が b 通りであるとき，A または B が起こる場合の数は $a+b$ 通りである。

和の法則は，3 つ以上の事柄についても同様に成り立つ。

第１講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] アイ：72

[解説]

1 つのさいころにつき，目の出方は 6 通りある。

できる数が 500 以上になるのは，1 回目に出た目が 5 または 6 の場合である。

よって，求める場合の数は

$2\times6\times6=\mathbf{72}$（通り）［A］

> ［A］　積の法則
> 事柄 A の起こり方が a 通りあり，そのどの場合においても，事柄 B の起こり方が b 通りであるとき，A と B がともに起こる場合の数は $a\times b$ 通りである。
> 積の法則は，3 つ以上の事柄についても同様に成り立つ。

2

[正解] ウエ：20

[解説]

目の積が 3 の倍数になる場合は，次の 3 つの場合

（i）　2 つのさいころの目がともに 3 の倍数

（ii）　大きいさいころの目のみが 3 の倍数

（iii）　小さいさいころの目のみが 3 の倍数

3 の倍数の目は，3 と 6 の 2 通りであるから

（i）のとき，$2\times2=4$（通り）

（ii）のとき，$2\times4=8$（通り）

（iii）のとき，$2\times4=8$（通り）［B］

（i），（ii），（iii）のどの 2 つも同時に起こらないので，求める場合の数は

$4+8+8=\mathbf{20}$（通り）

> ［B］　積の法則
> 事柄 A の起こり方が a 通りあり，そのどの場合においても，事柄 B の起こり方が b 通りであるとき，A と B がともに起こる場合の数は $a\times b$ 通りである。

第2講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] アイウ：120

[解説]

5人の生徒について

5人全員が1列に並ぶときの並び方は

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \mathbf{120}$（通り） [A]

[A]　異なる n 個のものをすべて並べる順列の総数（n の階乗）は
$${}_nP_n = n! = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

2

[正解] エオ：60

[解説]

5人の中から3人を選んで1列に並べる順列の総数に等しいので

${}_5P_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = \mathbf{60}$（通り） [B]

[B]　異なる n 個のものから異なる r 個（$r \leqq n$）を取り出して並べる順列の総数は
$${}_nP_r = \underbrace{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}_{r\text{個}}$$

3

[正解] カキク：120

[解説]

6本のくじから3本を選んで1列に並べる順列の総数に等しい。

よって

${}_6P_3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = \mathbf{120}$（通り） [C]

[C]　異なる n 個のものから異なる r 個（$r \leqq n$）を取り出して並べる順列の総数は
$${}_nP_r = \underbrace{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}_{r\text{個}}$$

第 2 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] アイ：96

[解説]

千の位は 0 以外の 1 ～ 4 の数字のいずれかであるから，その選び方は 4 通り [A]

[A]　ある特定の場所に条件がある場合の順列は，その場所の条件から先に処理を行う。

そのいずれの場合についても，百，十，一の位の選び方は，残り 4 個の数字から 3 個取って 1 列に並べる順列の総数に等しく　${}_4P_3$ 通り

よって，求める個数は，積の法則により

$$4\times{}_4P_3=4\times4\cdot3\cdot2=\mathbf{96}\text{（個）}$$

2

[正解] ウエ：36

[解説]

ある整数が奇数であるとき，その一の位は奇数である。

よって，一の位は 1，3 の 2 通り [B]

[B]　ある特定の場所に条件がある場合の順列は，その場所の条件から先に処理を行う。

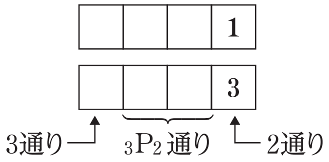
そのいずれの場合についても，

千の位の選び方は，0 と一の位の数以外の 3 通り

百，十の位の選び方は，残り 3 個の数字から 2 個取って 1 列に並べる順列の総数に等しく　${}_3P_2=6$（通り）

よって，求める個数は，積の法則により

$$2\times3\times6=\mathbf{36}\text{（個）}$$



3 **[正解]** オカキク：8640

[解説]

男子４人のうち，両端の男子の並び方は　$_4P_2$ 通り

[C]

そのいずれの場合についても，残り６人の並び方は $6!$ 通り

よって，並び方の総数は

$$_4P_2 \times 6! = 12 \times 720 = \mathbf{8640}\text{(通り)}$$

> [C]　ある特定の場所に条件がある場合の順列は，その場所の条件から先に考える。
> ここでは，制限のある両端の並び方から考える。

4 **[正解]** ケコサシ：2880

[解説]

隣り合う男子を１人とみなすと，並び方の総数は５人が並ぶ順列の総数に等しく　$5!$ 通り [D]

そのいずれの場合についても，男子４人の並び方は $4!$ 通り

よって，並び方の総数は

$$5! \times 4! = 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 \times 4\cdot3\cdot2\cdot1$$
$$= 120 \times 24 = \mathbf{2880}\text{(通り)}$$

> [D]　隣り合うものが条件にある場合は，隣り合うものは１組のものとして扱った上で，全体の順列を考え，次に隣り合うもの同士の順列を考える。

5 **[正解]** スセソタ：2880

[解説]

女子４人の並び方の総数は　$4!$ 通り [E]

その並び方のそれぞれについて，女子４人の間または両端の５箇所から４箇所を選んで男子１人ずつ４人を並べる方法は　$_5P_4$ 通り

よって，並び方の総数は

$$4! \times {}_5P_4 = 4\cdot3\cdot2\cdot1 \times 5\cdot4\cdot3\cdot2$$
$$= 24 \times 120 = \mathbf{2880}\text{(通り)}$$

> [E]　隣り合わないものが条件にある場合は，それ以外のものの順列を先に考え，その後に間または両端から隣り合わないものを入れる場所を選んで並べる順列を考える。

第２講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] アイ：72

[解説]

男性４人の円順列の総数は

$(4-1)!=3!$（通り）[A]

その並び方のそれぞれについて，男性４人の間の４箇所に女性２人を並べる方法は　${}_4P_2$ 通り

よって，並び方の総数は

$3!\times{}_4P_2=3\cdot2\cdot1\times4\cdot3$

$=\mathbf{72}$（通り）

[A]　円順列
異なる n 個のものの円順列の総数は
$\dfrac{n!}{n}=(n-1)!$

2

[正解] ウエ：24

[解説]

両親のうち１人を固定すると，もう１人はその向かい側に固定される。[B]

残りの４人の順列を考えて，求める並び方の総数は

$4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=\mathbf{24}$（通り）

[B]　例えば，父を固定すると，母がその向かい側に固定される。

3

[正解] オカキ：210

[解説]

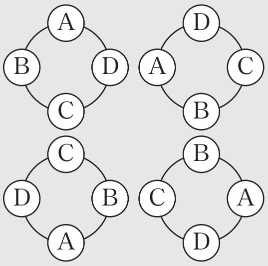
異なる７種類から４種類選んで並べる順列は ${}_7P_4$ 通り

この順列には，円順列として同じになるものが４通りずつある。[C]

よって，並び方の総数は

$\dfrac{{}_7P_4}{4}=\dfrac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{4}=\mathbf{210}$（通り）

[C]　４個のもの A，B，C，D を円形に並べるとき，以下は円順列としては同じ並び方と考える。



異なる n 個のものから r 個取って並べる円順列の総数は
$\dfrac{{}_nP_r}{r}$

第２講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] アイ：63

[解説]

6種類の果物それぞれについて，選ぶ，選ばないの2通りの選択がある。このうち，6種類とも選ばない場合の1通りを除いて，求める場合の数は

$2^6-1=\mathbf{63}$（通り）［A］

> ［A］　重複順列
> 異なる n 個のものから重複を許して r 個取って並べる重複順列の総数は
> $\underbrace{n\times n\times n\times\cdots\times n}_{r\text{個}}=n^r$

2

[正解] ウエオ：200

[解説]

ある整数が奇数であるとき，その一の位が奇数なので，

一の位の数字の選び方は　1，3の2通り

千の位の数字の選び方は　1～4の4通り

それ以外の位の数字の選び方は，それぞれ0～4の5通り

よって，4桁の奇数の個数は

$2\times4\times5^2=\mathbf{200}$（個）［B］

> ［B］　重複順列
> 異なる n 個のものから重複を許して r 個取って並べる重複順列の総数は
> $\underbrace{n\times n\times n\times\cdots\times n}_{r\text{個}}=n^r$

3

[正解] カキク：125

[解説]

3桁以下の整数として，3桁，2桁，1桁の整数がある。

3桁の整数の個数は　$4\times5^2=100$（個）［C］

2桁の整数の個数は　$4\times5=20$（個）

1桁の整数の個数は　5（個）

よって，求める個数は

$100+20+5=\mathbf{125}$（個）

> ［C］　2桁以上の整数について，最も大きい位の数字の選び方は，1～4の4通りある。

第 3 講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] アイ：15

[解説]

異なる 6 個のものから異なる 4 個を選ぶ組合せの総数だから

$${}_6C_4=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=\mathbf{15}\text{（通り）}$$ [A]

[A]　組合せ
異なる n 個のものから異なる r 個（$r\leqq n$）を選ぶ組合せの総数は

$${}_nC_r=\frac{{}_nP_r}{r!}$$
$$=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$$

特に　${}_nC_n=1$
また，${}_nC_0=1$ と定める。

2

[正解] ウエ：84

[解説]

求める三角形の個数は，9 個から 3 個取る組合せの総数である。 [B]

よって　${}_9C_3=\dfrac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1}=\mathbf{84}$（個）

[B]　異なる 3 点を選べば，異なる三角形が得られる。

3

[正解] オカ：27

[解説]

9 個の頂点のうち 2 個を結んでできる線分の本数は，9 個から 2 個取る組合せの総数で [C]

$${}_9C_2=\frac{9\cdot8}{2\cdot1}=36\text{（本）}$$

このうち，正九角形の辺である線分が 9 本含まれる。

よって，対角線の本数は

$$36-9=\mathbf{27}\text{（本）}$$

[C]　異なる 2 点を選べば，異なる線分が得られる。ただし，辺の数も含まれるので，辺になるものを除く。

第３講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] アイ：69

[解説]

男女合わせて 8 人から 4 人を選ぶ方法は

$${}_8C_4=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=70\text{(通り)}$$ [A]

男子が 1 人も選ばれないのは，4 人とも女子を選ぶときで　${}_4C_4=1$(通り)

よって，求める場合の数は

$$70-1=\mathbf{69}\text{(通り)}$$ [B]

(別解)

少なくとも 1 人の男子を選ぶのは以下のいずれかの場合である。

(i)　4 人とも男子

$${}_4C_4=1\text{(通り)}$$

(ii)　男子 3 人，女子 1 人

$${}_4C_3\times{}_4C_1={}_4C_1\times{}_4C_1=4\times4=16\text{(通り)}$$ [C]

(iii)　男子 2 人，女子 2 人

$${}_4C_2\times{}_4C_2=6\times6=36\text{(通り)}$$

(iv)　男子 1 人，女子 3 人

$${}_4C_1\times{}_4C_3={}_4C_1\times{}_4C_1=4\times4=16\text{(通り)}$$

よって，(i)〜(iv)より求める場合の数は

$$1+16+36+16=\mathbf{69}\text{(通り)}$$ [D]

[A]　組合せ

$${}_nC_r=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1}$$

${}_nC_n=1$，${}_nC_0=1$，${}_nC_r={}_nC_{n-r}$
$(0\leqq r\leqq n)$

[B]
(全体の総数)－(起こらない場合の総数)

[C]　${}_nC_r$ の性質
${}_nC_r={}_nC_{n-r}$
ただし，$0\leqq r\leqq n$

[D]　同時には起こらないので，和の法則により場合の数を求める。

2 [正解] ウエ：53

[解説]

男女合わせて８人から４人を選ぶ方法は

$$ {}_8C_4=\frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=70(\text{通り}) $$

４人とも男子を選ぶ方法は　${}_4C_4=1$(通り)

男子３人，女子１人を選ぶ方法は

$$ {}_4C_3\times{}_4C_1={}_4C_1\times{}_4C_1=4\times4=16(\text{通り}) $$ [E]

よって，求める場合の数は

$$ 70-(1+16)=\mathbf{53}(\text{通り}) $$ [F]

[E]　どの集団からいくつ選ぶかを明確にし，それぞれの集団における組合せを考え，積の法則により場合の数を求める。

[F]
(全体の総数)－(起こらない場合の総数)

3 [正解] オカ：10

[解説]

A，B を先に選び，残り６人のうち C を除く５人から３人を選ぶ方法で

$$ {}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=\mathbf{10}(\text{通り}) $$ [G]

[G]　${}_nC_r$ の性質
$${}_nC_r={}_nC_{n-r}$$
ただし，$0\leqq r\leqq n$

第3講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] アイウエオ：13860

[解説]

12人から6人選び，次に残った6人から4人選ぶと，残りの2人は自動的に決まる。

よって，分け方の総数は

$${}_{12}C_6 \times {}_6C_4 = {}_{12}C_6 \times {}_6C_2 \quad \text{[A]}$$

$$= \frac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} \times \frac{6\cdot5}{2\cdot1}$$

$$= \mathbf{13860}\text{(通り)}$$

[A]　分ける組がすべて区別でき，かつ各組に振り分ける個数が明確な場合，組合せを用いて組分けを行うことができる。

2

[正解] カキクケ：5775

[解説]

3組をA，B，Cとすると，A，B，Cに4人ずつ分ける方法は

$${}_{12}C_4 \times {}_8C_4 = \frac{12\cdot11\cdot10\cdot9}{4\cdot3\cdot2\cdot1} \times \frac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2\cdot1}$$

$$= 34650\text{(通り)}$$

A，B，Cの区別をなくすと，同じ分け方になるものが3! 通りずつ存在する。[B]

よって，求める分け方の総数は

$$\frac{{}_{12}C_4 \times {}_8C_4}{3!}$$

$$= \frac{34650}{3\cdot2\cdot1}$$

$$= \mathbf{5775}\text{(通り)}$$

[B]　組に振り分ける個数が同じ，かつ組に名前がなく，区別できない組が n 組ある場合は，名前をつけて組を区別した組分けを行い，その結果を $n!$ で割るとよい。

3 **[正解]** コサシス：9240

[解説]

3 組を A，B，C とすると，A に 6 人，B，C に 3 人ずつ分ける方法は

$${}_{12}C_6 \times {}_6C_3 = \frac{12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} \times \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}$$

$$= 18480 \text{（通り）}$$

B，C の区別をなくすと，同じ分け方になるものが 2! 通りずつ存在する。 [C]

よって，求める分け方の総数は

$$\frac{18480}{2!} = \frac{18480}{2} = \mathbf{9240} \text{（通り）}$$

［C］ 3 人ずつ 2 組に分け，組の区別をなくすと，同じ分け方になるものが 2! 通りずつ存在する。

第 3 講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] アイウエ：2520

[解説]

7 個の文字のうち，A の 2 個が同じものなので，求める場合の数は

$$\frac{7!}{2!}=7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3=\mathbf{2520}\text{(通り)}$$ [A]

[A]　同じものを含む順列の総数
n 個のもののうち，p 個，q 個，r 個，……がそれぞれ同じものであるとき，これら n 個のものをすべて 1 列に並べる順列の総数は

$$\frac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}$$

ただし，$p+q+r+\cdots\cdots=n$

2

[正解] オカキ：720

[解説]

母音 A，A，O，E の 4 文字を並べる方法は

$$\frac{4!}{2!}=12\text{(通り)}$$ [B]

母音の間または両端の 5 箇所中 3 箇所に子音 K，W，G を並べる方法が　${}_5P_3=60$(通り)

よって

$$12\times60=\mathbf{720}\text{(通り)}$$

[B]　同じものを含む順列の総数
n 個のもののうち，p 個，q 個，r 個，……がそれぞれ同じものであるとき，これら n 個のものをすべて 1 列に並べる順列の総数は

$$\frac{n!}{p!q!r!\cdots\cdots}$$

ただし，$p+q+r+\cdots\cdots=n$

3

[正解] クケコ：420

[解説]

○，○，○，A，A，O，E の 7 文字を 1 列に並べたあと，3 個の○を左から K，W，G とすればよい。

よって

$$\frac{7!}{3!2!}=\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{2\cdot1}=\mathbf{420}\text{(通り)}$$ [C]

[C]　並び順が決まっているものは同じものとみて，同じものを含む順列を用いて並べ方の総数を求める。

4 **[正解]** **サシス**：210，**セソタ**：105，**チツテ**：141

[解説]

右に１区画進むことを→，上に１区画進むことを↑で表す。

最短経路の総数は，

→６個と↑４個の順列より

$$\frac{10!}{6!4!}=\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=\mathbf{210}\text{(通り)}$$ [D]

[D]　最短経路の問題は，右に１区画進むことを→，上に１区画進むことを↑で表すことにより，最短経路の道順を→と↑の「同じものを含む順列」として扱い，その総数を求める。

A→Q→B より

A から Q までの最短経路は $\frac{7!}{4!3!}$ 通り

Q から B までの最短経路は $\frac{3!}{2!1!}$ 通り

よって，Q を通る最短経路は

$$\frac{7!}{4!3!}\times\frac{3!}{2!1!}=\frac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2\cdot1}\times3=\mathbf{105}\text{(通り)}$$

P を通る最短経路は，A→P→B より

$$\frac{4!}{2!2!}\times\frac{6!}{4!2!}=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\frac{6\cdot5}{2\cdot1}=90\text{(通り)}$$

P と Q の両方を通る最短経路は，A→P→Q→B より

$$\frac{4!}{2!2!}\times\frac{3!}{2!1!}\times\frac{3!}{2!1!}=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}\times3\times3$$
$$=54\text{(通り)}$$

よって，P または Q を通る最短経路は

$$90+105-54=\mathbf{141}\text{(通り)}$$

第 4 講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] ア：1，イ：9

[解説]

2 個のさいころを A，B として区別すると，

A，B の目の出方は $6\times6=36$（通り）であり，

これらは同様に確からしい。

A，B の目を（A の目，B の目）のように表すとすると，目の積が 12 になる場合の数は

(2，6)，(3，4)，(4，3)，(6，2)

の 4 通りである。

よって，求める確率は $\dfrac{4}{36}=\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{9}}$ [A]

[A]　事象 A の確率

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(U)}$$
$$=\frac{\text{事象}A\text{の起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$$

ある事象 A の確率を考えるときは，根元事象が「同様に確からしい」必要があるため，同じものをすべて区別して考える。
ここでは，2 つのさいころを区別して考える。

2

[正解] ウ：1，エ：4

[解説]

4 枚の硬貨を A，B，C，D とすると，A，B，C，D の表と裏の出方は $2\times2\times2\times2=16$（通り）であり，

これらは同様に確からしい。

A, B, C, D の表と裏の出方を（A の表裏，B の表裏，C の表裏，D の表裏）と表すとすると，表が 1 枚だけ出る場合の数は

（表，裏，裏，裏），（裏，表，裏，裏），
（裏，裏，表，裏），（裏，裏，裏，表）

の 4 通りである。

よって，求める確率は $\dfrac{4}{16}=\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$ [B]

[B]　事象 A の確率

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(U)}$$
$$=\frac{\text{事象}A\text{の起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$$

ある事象 A の確率を考えるときは，根元事象が「同様に確からしい」必要があるため，同じものをすべて区別して考える。

第4講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] ア：1，イウエ：126

[解説]

3つのPを P_1，P_2，P_3，2つのEを E_1，E_2 とすると，母音はI，E_1，E_2，A，

子音は P_1，P_2，P_3，N，Lである。[A]

異なる9文字を1列に並べる方法は　9! 通り

母音と子音が交互に並ぶのは，

　子母子母子母子母子

の場合のみである。

母音の4文字の並べ方は　4! 通り

子音の5文字の並べ方は　5! 通り

よって，求める確率は

$$\frac{4!\times5!}{9!}=\frac{4\cdot3\cdot2\cdot1}{9\cdot8\cdot7\cdot6}=\mathbf{\frac{1}{126}}$$

[A]　確率を求める際には，同じものをすべて区別して扱う。
ここでは，3つのPと2つのEをそれぞれ区別する。

2

[正解] オ：1，カ：2

[解説]

3本のくじの取り出し方は

$${}_{10}C_3=\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=10\cdot3\cdot4\,(通り)$$

このうち，1本だけ当たりくじを引くのは，当たりくじ4本から1本，はずれくじ6本から2本引く場合で

$${}_4C_1\times{}_6C_2=4\times\frac{6\cdot5}{2\cdot1}=4\cdot3\cdot5\,(通り)$$ [B]

よって，求める確率は

$$\frac{{}_4C_1\times{}_6C_2}{{}_{10}C_3}=\frac{4\cdot3\cdot5}{10\cdot3\cdot4}=\mathbf{\frac{1}{2}}$$

[B]　確率を求める際には，同じものをすべて区別して扱う。
ここでは，当たりくじ4本とはずれくじ6本をそれぞれ区別する。

3 **[正解]** **キク**：10，**ケコ**：81，**サ**：1，**シス**：81

[解説]

5 人の手の出し方は 3^5 通り

2 人だけが勝つとき，その勝者の決まり方は ${}_5C_2$ 通り

勝者の手の出し方は，グー，チョキ，パーの 3 通り

よって，2 人だけが勝つ確率は

$$\frac{{}_5C_2 \times 3}{3^5} = \frac{10 \times 3}{3^5} = \mathbf{\frac{10}{81}}$$ [C]

A だけが負けるとき，A の手の出し方はグー，チョキ，パーの 3 通り

よって，A だけが負ける確率は

$$\frac{3}{3^5} = \mathbf{\frac{1}{81}}$$

[C]　じゃんけんでは，誰が何の手を出すかを考える。
ここでは，A，B，C，D，E の 5 人のうちどの 2 人が勝つかが ${}_5C_2$ 通り，その 2 人が何の手で勝つかがグー，チョキ，パーの 3 通りとなる。

第 4 講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] アイ：25，ウエ：91

[解説]

14 個の玉から 3 個の玉の取り出し方は

$_{14}C_3$ 通り

白玉が 2 個以上出るという事象は

事象 A：3 個とも白玉

事象 B：2 個が白玉，1 個が黒玉か赤玉か青玉

の和事象 $A \cup B$ で，これらは互いに排反である。

$$P(A) = \frac{_5C_3}{_{14}C_3} = \frac{10}{364}$$

$$P(B) = \frac{_5C_2 \times {_9C_1}}{_{14}C_3} = \frac{10 \times 9}{364} = \frac{90}{364}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{[A]}$$

$$= \frac{10}{364} + \frac{90}{364}$$

$$= \frac{100}{364}$$

$$= \mathbf{\frac{25}{91}}$$

[A]　確率の加法定理
事象 A，B が互いに排反のとき
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
2 つの事象 A，B の確率を求め，その和を求めればよい。

2 **[正解]** オカ：15，キクケ：364

[解説]

14 個の玉から 3 個の玉の取り出し方は

$_{14}C_3$ 通り

3 個の玉の色がすべて同じであるという事象は

事象 A：3 個とも白玉

事象 B：3 個とも黒玉

事象 C：3 個とも赤玉

の和事象 $A \cup B \cup C$ で，これらは互いに排反である。

$$P(A) = \frac{_5C_3}{_{14}C_3} = \frac{10}{364}$$

$$P(B) = \frac{_4C_3}{_{14}C_3} = \frac{4}{364}$$

$$P(C) = \frac{_3C_3}{_{14}C_3} = \frac{1}{364}$$

確率の加法定理により，求める確率は

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = \mathbf{\frac{15}{364}}$$

[B]

> [B]　確率の加法定理
> 事象 A，B が互いに排反のとき
> $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
> 3 つ以上の互いに排反な事象についても同様の式が成り立つ。

第４講　PART4　確認問題 解答

1 **[正解]** アイ：11，ウエ：12

[解説]

「目の和が４以上である」事象は，「目の和が３以下である」事象 A の余事象 $\overline{A}$ である。

目の和が３以下になるのは

(1，1)，(1，2)，(2，1)

の３通りであるから

$$P(A)=\frac{3}{6^2}=\frac{1}{12}$$

よって，求める確率は

$$P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{12}=\mathbf{\frac{11}{12}}$$ [A]

[A]　余事象の確率
$P(\overline{A})=1-P(A)$

2 **[正解]** オカ：11，キク：19

[解説]

2 枚が同じ数字である事象を A,

2 枚の数字の積が 6 以下である事象を B とする。

$$P(A)=\frac{5\times{}_4\mathrm{C}_2}{{}_{20}\mathrm{C}_2}=\frac{30}{190}$$

2 枚の数字の積が 6 以下となる数字の組合せは以下の通り。

(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，
(2，2)，(2，3)

(1，1)，(2，2) のときのカードの選び方がそれぞれ ${}_4\mathrm{C}_2$ 通り。

それ以外のときのカードの選び方がそれぞれ ${}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1$ 通り。

よって，

$$P(B)=\frac{2\times{}_4\mathrm{C}_2+5\times{}_4\mathrm{C}_1\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_{20}\mathrm{C}_2}=\frac{12+80}{190}=\frac{92}{190}$$

2 枚が同じ数字，かつ 2 枚の数字の積が 6 以下である数字の組合せは

(1，1)，(2，2)

の 2 通りであるから $P(A\cap B)=\dfrac{2\times{}_4\mathrm{C}_2}{{}_{20}\mathrm{C}_2}=\dfrac{12}{190}$

ゆえに，求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \quad \text{[B]}$$

$$=\frac{30}{190}+\frac{92}{190}-\frac{12}{190}$$

$$=\frac{110}{190}$$

$$=\mathbf{\frac{11}{19}}$$

[B]　事象 A，B について，A と B の和事象，すなわち「A または B」が起こる確率 $P(A\cup B)$ は，
事象 A，B が互いに排反であるとき，
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
事象 A，B が互いに排反でないとき
$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
ここでは，事象 A と B が同時に起こりえるかに注目する。

第5講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] ア：1，イウエ：216，オ：7，カ：8

[解説]

さいころを投げる各回の試行は独立である。

出る目が順に2，4，6である確率は

$$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\mathbf{\frac{1}{216}}$$ [A]

「少なくとも1回は偶数の目が出る」事象は，

「3回とも奇数の目が出る」事象の余事象である。

3回とも奇数の目が出る確率は

$$\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{8}$$ [A]

よって，求める確率は

$$1-\frac{1}{8}=\mathbf{\frac{7}{8}}$$

[A]　独立な試行の確率
2つの試行S，Tが独立であるとき，Sで事象Aが起こり，Tで事象Bが起こる確率pは
$p=P(A)\times P(B)$
3つ以上の独立な試行についても同様の等式が成り立つ。

2 [正解] キク：10，ケコ：27

[解説]

A から玉を 2 個取り出す試行と，

B から玉を 2 個取り出す試行は独立である。

取り出した玉が赤玉 2 個，青玉 2 個になるのは

[1]　A から赤玉 2 個，B から青玉 2 個を取り出す

[2]　A から赤玉 1 個と青玉 1 個，B から赤玉 1 個と青玉 1 個を取り出す

[3]　A から青玉 2 個，B から赤玉 2 個を取り出す

のいずれかの場合であり，これらの事象は互いに排反である。

[1]の確率は　$\dfrac{{}_6C_2}{{}_9C_2}\times\dfrac{{}_4C_2}{{}_9C_2}=\dfrac{90}{1296}$ [B]

[2]の確率は　$\dfrac{{}_6C_1\times{}_3C_1}{{}_9C_2}\times\dfrac{{}_5C_1\times{}_4C_1}{{}_9C_2}=\dfrac{360}{1296}$

[3]の確率は　$\dfrac{{}_3C_2}{{}_9C_2}\times\dfrac{{}_5C_2}{{}_9C_2}=\dfrac{30}{1296}$

よって，求める確率は

$$\frac{90}{1296}+\frac{360}{1296}+\frac{30}{1296}=\mathbf{\frac{10}{27}}$$

[B]　独立な試行の確率
2 つの試行 S，T が独立であるとき，S で事象 A が起こり，T で事象 B が起こる確率 p は
$p=P(A)\times P(B)$
3 つ以上の独立な試行についても同様の等式が成り立つ。

第 5 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] ア：8，イウ：81

[解説]

さいころを 1 回投げて

5 以上の目が出る確率は　$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

5 以上の目が出ない確率は　$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

よって，5 以上の目がちょうど 3 回出る確率は

$${}_4C_3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)=4\times\frac{2}{3^4}=\mathbf{\frac{8}{81}}$$ [A]

[A]　反復試行の確率
1 回の試行で事象 A が起こる確率を p とする。この試行を n 回繰り返し行う反復試行で，A がちょうど r 回起こる確率は
$${}_nC_r p^r(1-p)^{n-r}$$
ここでは，5 以上の目が 4 回中のどの 3 回で出たかを表すのが ${}_4C_3$ である。

2

[正解] エ：5，オカキ：432

[解説]

さいころを 1 回投げて 1 の目が出る確率は $\frac{1}{6}$，1 の目が出ない確率は　$1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

4 回目に 3 度目の 1 の目が出るのは，3 回目までに 1 の目がちょうど 2 回出て，4 回目に 3 度目の 1 の目が出るときである。

よって，求める確率は

$${}_3C_2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)\times\frac{1}{6}=3\times\frac{5}{6^4}$$ [B]

$$=\mathbf{\frac{5}{432}}$$

[B]　反復試行の確率
1 回の試行で事象 A が起こる確率を p とする。この試行を n 回繰り返し行う反復試行で，A がちょうど r 回起こる確率は
$${}_nC_r p^r(1-p)^{n-r}$$

3 **[正解]** **ク**：7，**ケコ**：16

[解説]

右向きを正の方向，左向きを負の方向とすると，確率 $\frac{3}{4}$ で 1，確率 $\frac{1}{4}$ で -1 移動すると考えることができる。

3 回の移動のうち正の方向に x 回移るとすると，負の方向に $(3-x)$ 回移る。3 回の移動によって，点 P は点 A から

$$1\cdot x+(-1)\cdot(3-x)=2x-3$$ [C]

移動する。

よって，この移動後に点 P が点 B にいるのは

[1]　$2x-3=1$

[2]　$2x-3=-3$

のいずれかのときであり，これらの事象は互いに排反である。

[1]のとき　$x=2$

その確率は

$${}_3C_2\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)=3\times\frac{9}{64}=\frac{27}{64}$$ [D]

[2]のとき　$x=0$

その確率は

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{64}$$

以上より，求める確率は

$$\frac{27}{64}+\frac{1}{64}=\frac{28}{64}=\boldsymbol{\frac{7}{16}}$$

[C]　どんな事象が何回起こったかを方程式を立てて求める。

[D]　反復試行の確率

第 5 講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] ア：1，イ：5

[解説]

1 枚目が 5 の倍数である事象を A，2 枚目が 5 の倍数である事象を B とする。

2 枚目が 5 の倍数であるのは

[1]　1 枚目が 5 の倍数，2 枚目も 5 の倍数

[2]　1 枚目が 5 の倍数以外の数，
　　2 枚目が 5 の倍数

のいずれかの場合であり，これらの事象は互いに排反である。

[1] の確率は　$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$ [A] [B]

$$=\frac{4}{20}\times\frac{3}{19}$$

$$=\frac{12}{380}$$

[2] の確率は　$P(\overline{A}\cap B)=P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(B)$ [A] [B]

$$=\frac{16}{20}\times\frac{4}{19}$$

$$=\frac{64}{380}$$

よって，求める確率は

$$P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)$$

$$=\frac{12}{380}+\frac{64}{380}$$

$$=\frac{76}{380}=\mathbf{\frac{1}{5}}$$

[A]　条件付き確率
ある事象 A，B について，A が起こったとわかっているときの B が起こる確率を A が起こったときの，B の起こる条件付き確率といい，これを $P_A(B)$ と表す。

$$P_A(B)=\frac{n(A\cap B)}{n(A)}$$

[B]　事象 A，B がともに起こる確率 $P(A\cap B)$ は確率の乗法定理

$$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$$

2 **[正解]** **ウエ**：19，**オカ**：48

[解説]

袋Bから白玉を取り出すのは

[1]　袋 A から赤玉，袋 B から白玉

[2]　袋 A から白玉，袋 B から白玉

を取り出す場合であり，[1]，[2]の事象は互いに排反である。

よって，求める確率は

$$\frac{5}{8}\times\frac{2}{6}+\frac{3}{8}\times\frac{3}{6}$$

$$=\mathbf{\frac{19}{48}}$$ [C]

[C]　確率の乗法定理

$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$

ここでは，袋 A から玉を 1 個取り出したあとの状態を考え，その状態で袋 B から玉を取り出す確率を考える。

試行 S で事象 A が起こり，かつ試行 T で事象 B が起こる確率 $P(A\cap B)$ は，S，T が「独立ではない」，つまり S の結果によって T の結果が変化する場合は

$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$

である。

第 5 講　PART4　確認問題 解答

1 **[正解]** アイウ：200，エ：①

[解説]

コインを 4 回投げたとき

・表が 4 回出る確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

・表が 3 回，裏が 1 回出る確率は

$${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{2}=\frac{4}{16}$$

・表が 2 回，裏が 2 回出る確率は

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{6}{16}$$

・表が 1 回，裏が 3 回出る確率は

$${}_4C_1\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{4}{16}$$

・裏が 4 回出る確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$$

よって，もらえる金額 X と確率は以下のようになる。

X	400	300	200	100	0	計
確率	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$	1

したがって，求める金額の期待値は [A]

$$400\times\frac{1}{16}+300\times\frac{4}{16}+200\times\frac{6}{16}+100\times\frac{4}{16}+0\times\frac{1}{16}$$

$$=\frac{400+1200+1200+400}{16}$$

$$=\frac{3200}{16}=\mathbf{200}\text{(円)}$$

得られる金額の期待値 200 円が，ゲームの参加料 150 円より大きいので，このゲームに参加するのは**得である**といえる。

[A]　変量 X のとりうる値と，X がそれらの値をとる確率が下の表の通りであるとき，X の期待値 E は

$E=x_1p_1+x_2p_2+\cdots\cdots+x_np_n$

X	x_1	x_2	……	x_n	計
確率	p_1	p_2	……	p_n	1

第６講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] ア：3

[解説]

AD は ∠A の二等分線であるから

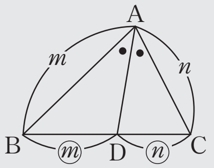
$$BD : DC = AB : AC$$ [A]

$$= 6 : 4 = 3 : 2$$

よって

$$BD = \frac{3}{3+2}BC = \frac{3}{5}BC = \frac{3}{5}\cdot 5 = \mathbf{3}$$

[A]　三角形の角の二等分線と比
△ABC において，AD が ∠A の二等分線のとき



BD：DC＝AB：AC

2

[正解] イウ：12

[解説]

AD は ∠A の二等分線であるから

$$BD : DC = AB : AC$$

$$= 6 : 4 = 3 : 2$$

より

$$BD = 3,\ DC = 2$$

AE は ∠A の外角の二等分線であるから

$$BE : EC = AB : AC = 3 : 2$$ [B]

CE ＝ x とおくと

$$3 : 2 = (x+5) : x$$

$$3x = 2(x+5)$$

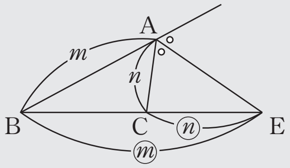
$$x = 10$$

よって　CE ＝ 10

したがって

$$DE = DC + CE = 2 + 10 = \mathbf{12}$$

[B]　三角形の角の二等分線と比
△ABC において，AE が ∠A の外角の二等分線のとき



BE：EC＝AB：AC

第 6 講　PART2　確認問題 解答

1

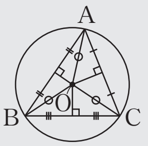
[正解] アイ：34

[解説]

BC は円 O の直径，$\angle BAC = 90^\circ$，$\angle OAC = 56^\circ$ より [A]

$x = 90^\circ - 56^\circ = \mathbf{34}^\circ$

[A]　三角形の外接円と外心
外心は 3 辺の垂直二等分線の交点



$OA = OB = OC$
外接円の中心が外心

2

[正解] ウエオ：111

[解説]

$\triangle ABC$ において内角の和より

$2\angle IBC + 2\angle ICB + 42^\circ = 180^\circ$ [B]

$2(\angle IBC + \angle ICB) = 138^\circ$

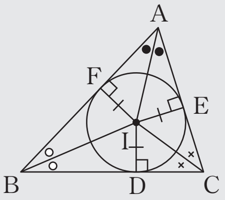
$\angle IBC + \angle ICB = 69^\circ$

$\triangle IBC$ において内角の和より

$x + \angle IBC + \angle ICB = 180^\circ$

よって　$x = 180^\circ - 69^\circ = \mathbf{111}^\circ$

[B]　三角形の内接円と内心
内心は 3 つの内角の二等分線の交点



$ID = IE = IF$
$ID \perp BC$，$IE \perp CA$，$IF \perp AB$
内接円の中心が内心

3 [正解] カ：3，キ：4

[解説]

AG：GD＝2：1 より [C]

$6 : x = 2 : 1$

$2x = 6$

$x = \mathbf{3}$

$DC = \dfrac{BC}{2} = 6$ であり

$GF : DC = AG : AD = 2 : 3$ [C]

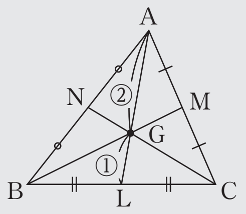
よって

$2 : 3 = y : 6$

$3y = 12$

$y = \mathbf{4}$

[C]　三角形の重心
重心は３本の中線の交点
重心は各中線を２：１に内分する。



第 6 講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：5，ウ：3，エ：5

[解説]

△OBC と △ABC において

$$\frac{\triangle \mathrm{OBC}}{\triangle \mathrm{ABC}}=\frac{\mathrm{OP}}{\mathrm{AP}}=\frac{2}{5}$$ [A]

よって

△OBC：△ABC＝**2：5**

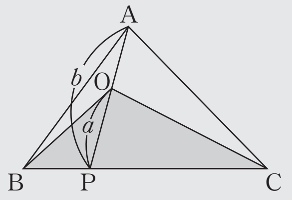
△OAB と △OAC において

$$\frac{\triangle \mathrm{OAB}}{\triangle \mathrm{OAC}}=\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{CP}}=\frac{3}{5}$$ [B]

よって

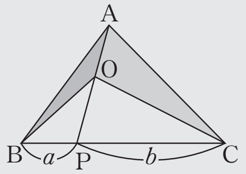
△OAB：△OAC＝**3：5**

［A］



$$\frac{\triangle \mathrm{OBC}}{\triangle \mathrm{ABC}}=\frac{\mathrm{OP}}{\mathrm{AP}}=\frac{a}{b}$$

［B］



$$\frac{\triangle \mathrm{OAB}}{\triangle \mathrm{OAC}}=\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{CP}}=\frac{a}{b}$$

2

[正解] オ：2，カ：6

[解説]

$|(x+1)-x|<3x-5<(x+1)+x$ より [C]

$1<3x-5<2x+1$

$1<3x-5$ より　$x>2$

$3x-5<2x+1$ より　$x<6$

よって，求める範囲は

$\boldsymbol{2<x<6}$

［C］ 3 辺の長さを a，b，c とする三角形が存在するための条件は
$|b-c|<a<b+c$

3 [正解] キ：⑥

[解説]

∠A が鈍角より，∠B，∠C は鋭角。

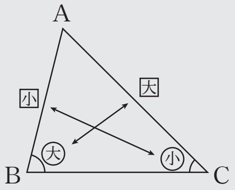
よって，∠A が最大角である。

また，AB＜CA より ∠C＜∠B [D]

したがって

∠C＜∠B＜∠A

[D]　三角形の辺と角の大小関係
三角形の 2 辺の大小関係と，その対角の大小関係は一致する。



第 6 講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：9

[解説]

チェバの定理より

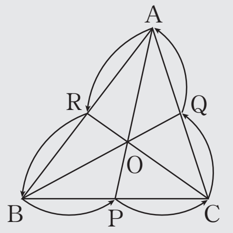
$$\frac{AM}{MB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{CN}{NA}=1 \quad \text{[A]}$$

すなわち　$\frac{3}{2}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{3}{1}=1$

よって　$\frac{BQ}{QC}=\frac{2}{9}$ より

$BQ:QC=\mathbf{2}:\mathbf{9}$

[A]　チェバの定理



$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$

2

[正解] ウ：8，エ：9，オカ：15，キ：2

[解説]

メネラウスの定理より

$$\frac{AC}{CN}\cdot\frac{NP}{PB}\cdot\frac{BM}{MA}=1 \quad \text{[B]}$$

すなわち　$\frac{4}{3}\cdot\frac{NP}{PB}\cdot\frac{2}{3}=1$

よって　$\frac{NP}{PB}=\frac{9}{8}$ より

$BP:PN=\mathbf{8}:\mathbf{9}$

メネラウスの定理より

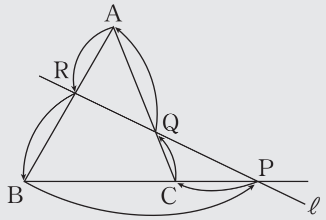
$$\frac{AB}{BM}\cdot\frac{MP}{PC}\cdot\frac{CN}{NA}=1 \quad \text{[B]}$$

すなわち　$\frac{5}{2}\cdot\frac{MP}{PC}\cdot\frac{3}{1}=1$

よって　$\frac{MP}{PC}=\frac{2}{15}$ より

$CP:PM=\mathbf{15}:\mathbf{2}$

[B]　メネラウスの定理



$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$

3 **[正解]** **ク**：6，**ケコ**：11

[解説]

チェバの定理より

$$\frac{AM}{MB}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{CN}{NA}=\frac{3}{2}\cdot\frac{BQ}{QC}\cdot\frac{3}{1}=1$$ [C]

よって，BQ：QC＝2：9 より

CB：BQ＝(2＋9)：2＝11：2

メネラウスの定理より

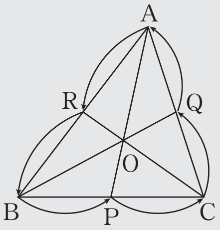
$$\frac{CB}{BQ}\cdot\frac{QP}{PA}\cdot\frac{AN}{NC}=1$$ [D]

すなわち　$\frac{11}{2}\cdot\frac{QP}{PA}\cdot\frac{1}{3}=1$

よって　$\frac{QP}{PA}=\frac{6}{11}$ より

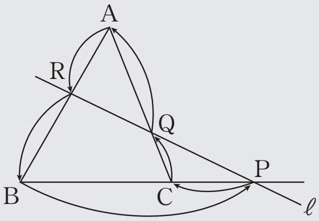
QP：PA＝**6：11**

[C]　チェバの定理



$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$

[D]　メネラウスの定理



$$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{AR}{RB}=1$$

第７講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] アイ：20

[解説]

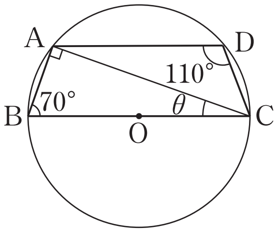
右図の四角形 ABCD において

$\angle ABC = 180° - 110°$

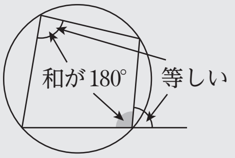
$= 70°$ [A]

よって

$\theta = 180° - (70° + 90°) = \mathbf{20°}$



[A]　円に内接する四角形
（対角の和）＝180°
（ある内角）＝（その対角の外角）



2

[正解] ウエ：54

[解説]

右図の △ABF において

$\angle EAD$

$= \angle ABF + \angle AFB$

$= \theta + 42°$

四角形 ABCD は円に内接するから

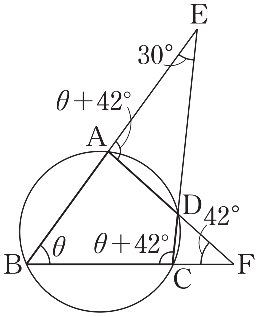
$\angle BCD = \angle EAD = \theta + 42°$ [B]

よって，△BCE において

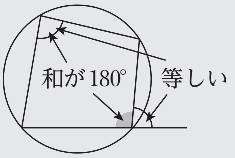
$\theta + (\theta + 42°) + 30° = 180°$

$2\theta = 108°$

$\theta = \mathbf{54°}$



[B]　円に内接する四角形
（対角の和）＝180°
（ある内角）＝（その対角の外角）



3 [正解] オ：③

[解説]

①について

$\angle ABD = 97^\circ - 25^\circ = 72^\circ$

$\angle ACD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$

よって，2 点 B，C が直線 AD に関して同じ側にあり，$\angle ABD \neq \angle ACD$ であるから四角形 ABCD は円に内接しない。 [C]

②について

$\angle ABC = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$

$\angle ABC$ の大きさが頂点 D における外角の大きさと等しくないので，四角形 ABCD は円に内接しない。 [D]

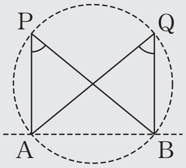
③について

$\angle A + \angle C = 97^\circ + 83^\circ = 180^\circ$

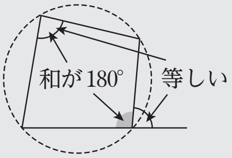
よって，対角の和が 180° であるから，四角形 ABCD は円に内接する。 [D]

以上より，円に内接するのは③

[C]　円周角の定理の逆
2 点 P，Q が直線 AB に関して同じ側にあるとき，$\angle APB = \angle AQB$ ならば，4 点 A，B，P，Q は同一円周上にある。



[D]　四角形が円に内接するための条件
次の [1] または [2] が成り立つ四角形は，円に内接する。
[1]（1 組の対角の和）$= 180^\circ$
[2]（ある内角）=（その対角の外角）



第 7 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] ア：2

[解説]

辺 BC，CA，AB と円 O の接点をそれぞれ D，E，F とする。

OF ⊥ AB，OD ⊥ BC，OD ＝ OF ＝ r より，四角形 OFBD は正方形である。

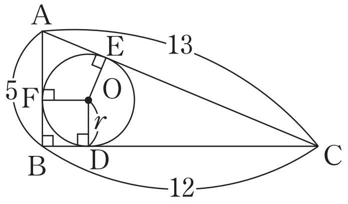
よって BD ＝ BF ＝ r

このとき AE ＝ AF ＝ $5-r$，CE ＝ CD ＝ $12-r$ [A]

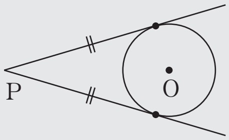
AE＋CE ＝ AC より $(5-r)+(12-r)=13$

よって

$r=\mathbf{2}$



[A]　接線の長さ
円外の 1 点からその円に引いた 2 本の接線について 2 つの接線の長さは等しい。



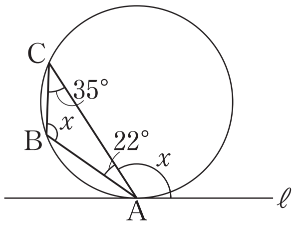
2

[正解] イウエ：123

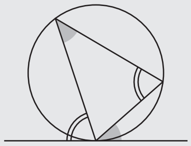
[解説]

接線と弦の作る角の定理より ∠CBA ＝ x であるから [B]

$x=180°-(35°+22°)=\mathbf{123°}$



[B]　接線と弦の作る角の定理
円の接線とその接点を通る弦の作る角は，その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。



3 [正解] オカ：88

[解説]

$\overset{\frown}{\mathrm{CA}} = \overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ より

$$\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{DBC}$$

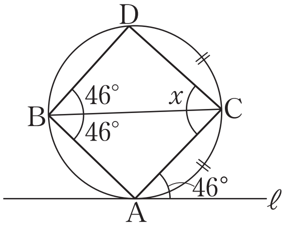
また，接線と弦の作る角の定理より

$\angle \mathrm{ABC} = 46^\circ$ であるから [C]

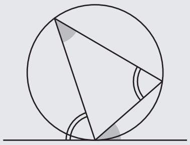
$$\angle \mathrm{ABD} = \angle \mathrm{ABC} + \angle \mathrm{DBC}$$
$$= 46^\circ + 46^\circ = 92^\circ$$

よって

$$x = 180^\circ - 92^\circ = \mathbf{88}^\circ$$



[C]　接線と弦の作る角の定理
円の接線とその接点を通る弦の作る角は，その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。



4 [正解] キク：44

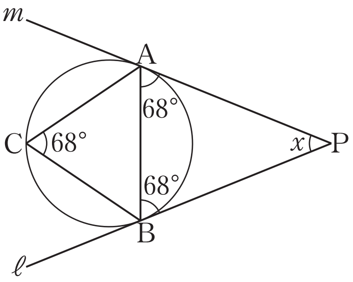
[解説]

接線と弦の作る角の定理より

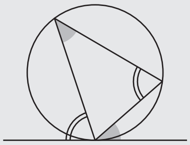
$$\angle \mathrm{ABP} = 68^\circ,\ \angle \mathrm{BAP} = 68^\circ$$ [D]

よって

$$x = 180^\circ - (\angle \mathrm{ABP} + \angle \mathrm{BAP})$$
$$= 180^\circ - (68^\circ + 68^\circ) = \mathbf{44}^\circ$$



[D]　接線と弦の作る角の定理
円の接線とその接点を通る弦の作る角は，その角の内部にある弧に対する円周角に等しい。



第７講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] ア：5，イ：2

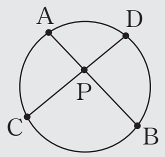
[解説]

$PA \cdot PB = PC \cdot PD$ より [A]

$$6 \cdot x = 5 \cdot 3$$

$$x = \frac{5}{2}$$

[A]　方べきの定理(1)
点Pを通る2直線が，円とそれぞれ2点A，Bと2点C，Dで交わるとき
　$PA \cdot PB = PC \cdot PD$



2

[正解] ウ：7

[解説]

$PA \cdot PB = PC \cdot PD$ より [B]

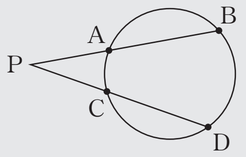
$$(14-8) \cdot 14 = x \cdot (x+5)$$

$$x^2+5x-84=0$$

$$(x+12)(x-7)=0$$

$x>0$ より $x = \mathbf{7}$

[B]　方べきの定理(1)
点Pを通る2直線が，円とそれぞれ2点A，Bと2点C，Dで交わるとき
　$PA \cdot PB = PC \cdot PD$



3

[正解] エ：2，オカ：15

[解説]

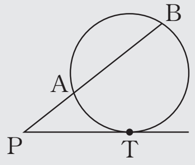
$PA \cdot PB = PT^2$ より [C]

$$5 \cdot (5+7) = x^2$$

$$x^2 = 60$$

$x>0$ より $x = \sqrt{60} = \mathbf{2\sqrt{15}}$

[C]　方べきの定理(2)
点Pを通る2直線のうち，一方が円と2点A，Bで交わり，もう一方が円と点Tで接するとき
　$PA \cdot PB = PT^2$



第７講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] ア：9

[解説]

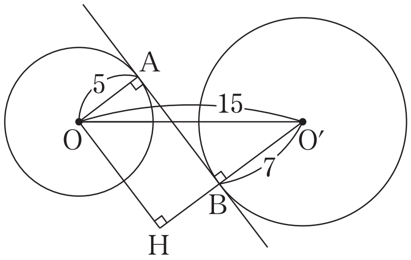
O から直線 O′B に垂線 OH を下ろすと [A]

$$O'H = 7 + 5 = 12$$

よって 三平方の定理より

$$OH = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$$

したがって AB = OH = **9**



[A]　1つの直線が，2つの円の両方に接するとき，この直線を2つの円の共通接線という。

2 [正解] イ：1，ウ：3，エ：⑧，オ：③，カ：⑦

[解説]

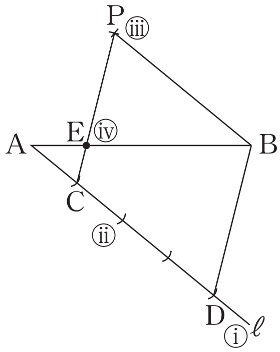
次のようにして，点Eを作図することができる。

ⅰ　点Aを通り，直線ABと異なる直線 ℓ を引く。

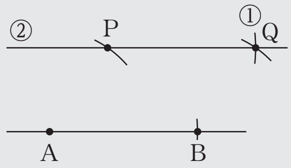
ⅱ　ℓ 上に AC：CD＝**1**：**3** となるような点C，D をこの順にとる。

ⅲ　点Bを中心とする半径**CD**の円と，点**C**を中心とする半径**BD**の円をかき，その交点をPとする。 [B]

ⅳ　直線CPとABの交点をEとする。点Eが求める点である。



[B]　点Pを通り直線ABに平行な直線の作図
①点Bを中心とする半径APの円と，点Pを中心とする半径ABの円をかき，その交点をQとする。
②直線PQを引く。



第 8 講　PART1　確認問題 解答

1 **[正解]** ア：①，イ：③，ウ：②

[証明]

$N = 10000a + 1000b + 100c + 10d + e$ とおく。

$$N = \mathbf{100(100a + 10b + c) + 10d + e}$$

$100 = \mathbf{4 \cdot 25}$ より，$100(100a + 10b + c)$ は４の倍数であるから，N が４の倍数になるのは，$10d + e$，すなわち下２桁が４の倍数のときである。 [A] [B]

[A]　２つの整数 a，b について，$a = bk$（k は整数）と表されるとき a は b の倍数であり，b は a の約数である。

[B]　４の倍数…「下２桁」が４の倍数

2 **[正解]** エ：2

[解説]

$5+7+6+1+\square = 19+\square$ より，$5761\square$ が３の倍数となるのは　$\square = 2$，5，8 のとき [C]

また，$5761\square$ が４の倍数となるのは，下２桁が４の倍数のときであり，$\square = 2$，6 のとき [D]

したがって，求める数は **2**

[C]　３の倍数…「各位の数の和」が３の倍数

[D]　４の倍数…「下２桁」が４の倍数

第 8 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] アイ：15

[解説]

$\sqrt{540n}$ が自然数になるのは，$540n$ が平方数のときである。[A]

$540=2^2\cdot3^3\cdot5$ より，求める最小の自然数は

$n=3\cdot5=\mathbf{15}$

[A]　ある整数 N が平方数（ある整数の 2 乗で表される数）になるのは，N のすべての素因数が偶数個のときである。

2

[正解] ウエ：26

[解説]

$\sqrt{\dfrac{936}{n}}$ が自然数になるのは，$\dfrac{936}{n}$ が平方数のときである。[B]

$936=2^3\cdot3^2\cdot13$ より，求める最小の自然数は

$n=2\cdot13=\mathbf{26}$

[B]　ある整数 N が平方数（ある整数の 2 乗で表される数）になるのは，N のすべての素因数が偶数個のときである。

3

[正解] オカ：24，キクケコ：2340

[解説]

$792=2^3\cdot3^2\cdot11$ より，正の約数の個数は [C]

$(3+1)(2+1)(1+1)=4\cdot3\cdot2=\mathbf{24}$ **(個)**

正の約数の総和は [C]

$(1+2+2^2+2^3)(1+3+3^2)(1+11)$

$=15\cdot13\cdot12=\mathbf{2340}$

[C]　ある自然数 N が $N=p^aq^br^c\cdots\cdots$ と素因数分解されるとき，N の正の約数の

個数は　$(a+1)(b+1)(c+1)\cdots\cdots$

総和は

$(1+p+p^2+\cdots\cdots+p^a)$
$\times(1+q+q^2+\cdots\cdots+q^b)$
$\times(1+r+r^2+\cdots\cdots+r^c)\cdots\cdots$

第 8 講　PART3　確認問題 解答

1

[正解] アイ：12，ウエオ：480

[解説]

それぞれ素因数分解すると [A]

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$96 = 2^5 \cdot 3$$

よって，最大公約数は

$$2^2 \cdot 3 = \mathbf{12}$$ [A]

最小公倍数は

$$2^5 \cdot 3 \cdot 5 = \mathbf{480}$$ [A]

[A]　最大公約数，最小公倍数を求めたい数をそれぞれ素因数分解し
最大公約数
⇒共通な素因数で指数が最小のもの
最小公倍数
⇒すべての素因数で指数が最大のものを選び，その積を求める。

2

[正解] カ：③，キ：4，ク：3，ケ：4

[解説]

[証明]

$n+4$ は 3 の倍数，$n+3$ は 4 の倍数であるから

$$\boldsymbol{n+4=3k},\ \boldsymbol{n+3=4l}\quad (k,\ l \text{ は自然数})$$

と表される。

$$n+7=(n+4)+3=3k+3=3(k+1)$$

$$n+7=(n+3)+4=4l+4=4(l+1)$$

よって　$3(k+1)=4(l+1)$

3 と 4 は互いに素であるから，$k+1$ は 4 の倍数である。 [B] [C]

よって，$k+1=4m$　（m は自然数）　と表される。

したがって，$n+7=3(k+1)=3\cdot 4m=12m$ より，$n+7$ は 12 の倍数である。

[B]　2 つの整数 a，b について，共通な素因数がないとき，a と b は互いに素であるという。

[C]　a，b が互いに素で，ak が b の倍数のとき，k は b の倍数である（a, b, k は整数）。

第 8 講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] ア：1

[解説]

整数 a, b は，整数 k, l を用いて次のように表すことができる。 [A]

$$a=7k+3,\ b=7l+5$$

$$a+b=(7k+3)+(7l+5)$$
$$=7(k+l)+8=7(k+l+1)+1$$ [B]

よって，求める余りは　**1**

[A]　整数 a を，正の整数 b で割ったときの商を q，余りを r とすると
$a=bq+r$, $0\leqq r<b$
を満たす整数 q, r がただ１通りに定まる。

[B]　$a+b=7q+r$（$0\leqq r<7$）の形にする。

2

[正解] イ：0

[解説]

整数 a, b は，整数 k, l を用いて次のように表すことができる。 [C]

$$a=7k+3,\ b=7l+5$$

$$a-2b=(7k+3)-2(7l+5)$$
$$=7(k-2l-1)$$

よって，求める余りは　**0**

[C]　整数 a を，正の整数 b で割ったときの商を q，余りを r とすると
$a=bq+r$, $0\leqq r<b$
を満たす整数 q, r がただ１通りに定まる。

3

[正解] ウ：3

[解説]

整数 a, b は，整数 k, l を用いて次のように表すことができる。 [D]

$$a=7k+3,\ b=7l+5$$

$$3ab=3(7k+3)(7l+5)$$
$$=3(7^2kl+7\cdot5k+7\cdot3l+15)$$
$$=7\cdot3(7kl+5k+3l+2)+3$$

よって，求める余りは　**3**

[D]　整数 a を，正の整数 b で割ったときの商を q，余りを r とすると
$a=bq+r$, $0\leqq r<b$
を満たす整数 q, r がただ１通りに定まる。

4 **[正解]** エ：2，オ：3，カ：1，キ：2，ク：3，
ケ：2，コ：4，サ：4，シ：2

[解説]

[証明]

すべての整数 n は　$3k$，$3k+1$，$3k+\mathbf{2}$　（k は整数）

のいずれかの形で表される。 [E]

$n=3k$ のとき

$$n^2+10=(3k)^2+10=3(3k^2+\mathbf{3})+\mathbf{1}$$

$n=3k+1$ のとき

$$\begin{aligned}n^2+10&=(3k+1)^2+10\\&=9k^2+6k+11\\&=3(3k^2+\mathbf{2}k+\mathbf{3})+\mathbf{2}\end{aligned}$$

$n=3k+2$ のとき

$$\begin{aligned}n^2+10&=(3k+2)^2+10\\&=9k^2+12k+14\\&=3(3k^2+\mathbf{4}k+\mathbf{4})+\mathbf{2}\end{aligned}$$

よって，n^2+10 を 3 で割った余りは 1 か 2 である。

したがって，n^2+10 は 3 で割り切れない。

[E]　k を整数とするとき，すべての整数は正の整数 m で割ったときの余りで
mk，$mk+1$，$mk+2$，……，$mk+(m-1)$
の m 通りにそれぞれ分類することができる。

第 9 講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] アイ：69，ウエ：23，オカ：69，キク：23，
ケコ：23

[解説]

$805 = 368 \cdot 2 + 69$ [A]

$368 = \mathbf{69} \cdot 5 + \mathbf{23}$

$\mathbf{69} = \mathbf{23} \cdot 3 + 0$

よって，805 と 368 の最大公約数は　**23**

[A]　ユークリッドの互除法を用いて最大公約数を求める方法
2 つの自然数 a，b　($a > b$)　について
①a を b で割ったときの余りを r とする。
②$r > 0$ のとき　a を b に，b を r におきかえて，①に戻る。
$r = 0$ のとき　b が求める最大公約数である。

2

[正解] サシ：86，スセ：43，ソタ：86，チツ：43，
テト：43

[解説]

$1505 = 473 \cdot 3 + 86$ [B]

$473 = \mathbf{86} \cdot 5 + \mathbf{43}$

$\mathbf{86} = \mathbf{43} \cdot 2 + 0$

よって，1505 と 473 の最大公約数は　**43**

[B]　ユークリッドの互除法を用いて最大公約数を求める方法
2 つの自然数 a，b　($a > b$)　について
①a を b で割ったときの余りを r とする。
②$r > 0$ のとき　a を b に，b を r におきかえて，①に戻る。
$r = 0$ のとき　b が求める最大公約数である。

第 9 講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] ア：3，イ：4，ウエ：13，オ：3

[解説]

$13x-4y=1$　……①

この方程式の整数解の１つは　$x=1$，$y=3$ [A]

よって　$13\cdot1-4\cdot3=1$　……②

①－②より　$13(x-1)=4(y-3)$　……③

13 と 4 は互いに素より，$x-1$ は 4 の倍数である。 [B]

よって，$x-1=4k$　（k は整数）　と表される。

このとき，③より $13\cdot4k=4(y-3)$　　$13k=y-3$

したがって，求める整数解は

$x=4k+1$，$y=\mathbf{13}k+\mathbf{3}$　（k は整数）

[A]　１次不定方程式 $ax+by=c$　（a，b は互いに素）の整数解の解法
方程式を満たす１組の解（特殊解）を見つける。
その解を方程式に代入した式と，元の方程式との差をとる。

[B]　k を整数とする。
a，b が互いに素で，ak が b の倍数のとき，k は b の倍数である。

2

[正解] カ：5，キ：7，クケ：17，コ：5

[解説]

$17x+7y=1$　……①

この方程式の整数解の１つは　$x=-2$，$y=5$ [C]

よって　$17\cdot(-2)+7\cdot5=1$　……②

①－②より　$17(x+2)=-7(y-5)$　……③

17 と 7 は互いに素より，$x+2$ は 7 の倍数である。 [D]

よって，$x+2=7k$　（k は整数）　と表される。

このとき，③より $17\cdot7k=-7(y-5)$　　$17k=-(y-5)$

したがって，求める整数解は

$x=7k-2$，$y=-\mathbf{17}k+\mathbf{5}$　（k は整数）

[C]　１次不定方程式 $ax+by=c$　（a，b は互いに素）の整数解の解法
方程式を満たす１組の解（特殊解）を見つける。
その解を方程式に代入した式と，元の方程式との差をとる。

[D]　k を整数とする。
a，b が互いに素で，ak が b の倍数のとき，k は b の倍数である。

第 9 講　PART3　確認問題 解答

1 **[正解]** アイ：35，ウ：6，エオ：76，カキ：13

[解説]

$76x-35y=1$　……①

76 と 35 に互除法を用いると [A]

$76=35\cdot 2+6$　より　$6=76-35\cdot 2$　……②

$35=6\cdot 5+5$　より　$5=35-6\cdot 5$　……③

$6=5\cdot 1+1$　より　$1=6-5\cdot 1$　……④

④に③を代入して整理し，さらに②を代入して整理すると

$$\begin{aligned}1&=6-5\cdot 1\\&=6-(35-6\cdot 5)\cdot 1\\&=6\cdot 6-35\cdot 1\\&=(76-35\cdot 2)\cdot 6-35\cdot 1\\&=76\cdot 6-35\cdot 13\end{aligned}$$

よって，$76\cdot 6-35\cdot 13=1$　……⑤

①－⑤より $76(x-6)=35(y-13)$　……⑥

76 と 35 は互いに素より，$x-6$ は 35 の倍数である。

よって，$x-6=35k$　（k は整数）　と表される。

このとき，⑥より $76\cdot 35k=35(y-13)$　　$76k=y-13$

したがって，求める整数解は

$\boldsymbol{x=35k+6}$，$\boldsymbol{y=76k+13}$　（k は整数）

[A]　不定方程式 $ax+by=1$ の整数解の１つ（特殊解）が見つからないときは，a と b に互除法を用いる方法がある。

第 9 講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] アイウ：347

[解説]

$110212_{(3)}$

$=1\cdot3^5+1\cdot3^4+0\cdot3^3+2\cdot3^2+1\cdot3+2\cdot1$ [A]

$=243+81+18+3+2$

$=\mathbf{347}$

> [A]　n 進法→ 10 進法
> n 進数の各位について
> （位の数字）×（位の表す数）
> の形に直し，その和を求める。

2

[正解] エオカ：375

[解説]

$0.011_{(2)}$

$=0\cdot\frac{1}{2}+1\cdot\frac{1}{2^2}+1\cdot\frac{1}{2^3}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}=\mathbf{0.375}$ [B]

> [B]　n 進法→ 10 進法
> n 進数の各位について
> （位の数字）×（位の表す数）
> の形に直し，その和を求める。

3

[正解] キ：③

[解説]

710 を 5 で割ると商は 142 で余りは 0　……①　[C]
142 を 5 で割ると商は 28 で余りは 2　……②
28 を 5 で割ると商は 5 で余りは 3　……③
5 を 5 で割ると商は 1 で余りは 0　……④
1 を 5 で割ると商は 0 で余りは 1　……⑤
①～⑤の余りを⑤から①まで逆順に並べて

$10320_{(5)}$

> [C]　10 進法→ n 進法
> ①　10 進法で表された数を n で割り，商と余りを求める。
> ②　①の商を n で割り，その商と余りを求める。以下，商が 0 になるまで繰り返す。
> ③　②で出てきた余りを逆順に並べ，最後に①の余りを並べる。

5)	710	余り	
5)	142	0	①
5)	28	2	②
5)	5	3	③
5)	1	0	④
	0	1	⑤

Ⓒ RECRUIT
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。